

EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN
ONDER LEIDING VAN Dr H. MOOY EN Dr H. STREEFKERK,
Dr H. A. GRIBNAU VOOR WIMECOS EN J. WILLEMSE VOOR
LIWENAGEL

MET MEDEWERKING VAN

DR. H. J. E. BETH, AMERSFOORT - PROF. DR. E. W. BETH, AMSTERDAM
DR. R. BALLIEU, LEUVEN - DR. G. BOSTEELS, HASSELT
PROF. DR. O. BOTTEMA, RIJSWIJK - DR. L. N. H. BUNT, UTRECHT
DR. E. J. DIJKSTERHUIS, OISTERWIJK - PROF. DR. J. C. H. GERRETSEN, GRONINGEN
DR. R. MINNE, LUIK - PROF. DR. J. POPKEN, UTRECHT
DR. O. VAN DE PUTTE, RONSE - PROF. DR. D. J. VAN ROOY, POTCHEFSTROOM
DR. H. STEFFENS, MECHELEN - IR. J. J. TEKELENBURG, ROTTERDAM
DR. W. P. THIJSSEN, HILVERSUM - DR. P. G. J. VREDENDUIN, ARNHEM

27e JAARGANG 1951/52

III

P. NOORDHOFF N.V. GRONINGEN

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijks afleveringen. Prijs per jaargang f 8,00. Zij die tevens op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde (f 8,00) zijn ingetekend, betalen f 6,75.

De leden van **Liwenagel** (Leraren in wiskunde en natuurwetenschappen aan gymnasia en lycea) en van **Wimecos** (Vereniging van Leraren in de wiskunde, de mechanica en de cosmografie aan Hogere Burgerscholen en Lycea) krijgen **Euclides** toegezonden als Officieel Orgaan van hun Verenigingen; de leden van **Liwenagel** storten de abonnementskosten ten bedrage van f 3,00 op de postgirorekening no. 59172 van Dr. H. Ph. Baudet te 's-Gravenhage. De leden van de **Wimecos** storten hun contributie voor het verenigingsjaar van 1 September 1950 t/m 31 Augustus 1951 (waarin de abonnementskosten op **Euclides** begrepen zijn) ten bedrage van f 5,50 op de postgirorekening no. 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam. De abonnementskosten op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde moeten op postgirorekening no. 6593, van de firma Noordhoff te Groningen voldaan worden onder bijvoeging, dat men lid is van **Liwenagel** of **Wimecos**. Deze bedragen f 6,75 per jaar franco per post.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan Dr H. Mooy, Churchilllaan 107III, Amsterdam, aan wie tevens alle correspondentie gericht moet worden.

Artikelen ter opneming te zenden aan Dr H. Streefkerk, Hilversum, van Lennepaan 16. Latere correspondentie hierover aan Dr H. Mooy.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrucken verstrekt, in het vel gedrukt.

I N H O U D.

	Blz.
Dr. H. J. E. BETH. †	97
O. BOTTEMA, <i>Euclides in Wonderland</i>	98
Kort verslag van de Algemene Vergadering van Wimecos op 3 Januari 1952.	118
Mededeling van het bestuur van Li.w.e.n.a.g.e.l.	119
Dr. JOH. H. WANSINK, <i>Het leerboek en de leraar in het wiskunde-onderwijs</i> .	121

Juist voor het ter perse gaan
van dit nummer heeft de redactie met
groot leedwezen het overlijden van

Dr H. J. E. BETH

vernomen. Zijn grote verdiensten voor
het wiskunde onderwijs en voor dit
tijdschrift in het bijzonder doen ons
zijn heengaan diep betreuren. Wij be-
grijpen wat dit voor zijn vrouw en
kinderen betekent en betuigen hun
onze innige deelneming

REDACTIE EUCLIDES

EUCLIDES IN WONDERLAND

door

O. BOTTEMA

Gij weet het: elke verandering heeft haar eigenaardige gevolgen. Men heeft in de loop van het laatste jaar het bestuur en de leiding der Technische Hogeschool ingrijpend gewijzigd, de Rector Magnificus een langere ambtsperiode en grotere invloed gegeven en daardoor het getal zijner plichten vermeerderd. Tot zijn plichten behoorde, naar aloud gebruik, het uitspreken van een rede op de jaarlijkse gedenkdag. En nu kan men grote verwachtingen hebben van de nieuwe regeling en van de figuur, die haar draagt, maar men kan moeilijk verwachten, dat hij, die reeds gehouden is telken jare bij de opening van de cursus in het openbaar te spreken over de lotgevallen der hogeschool, deze oude plicht zou zien als een aantrekkelijke. Vernieuwing en traditie schenen dus een ogenblik strijdig, maar men vond spoedig de oplossing: men handhaaft wezenlijk de traditie, maar wijzigt de uiterlijke vorm en draagt de oude plicht over aan één uit de lange nameloze rij derzulken, die een toga, doch geen ambtsketen dragen.

De gelukkige gedachte, de nieuwe opdracht te verlenen aan de verschillende afdelingen in cyclische volgorde, kan er toe bijdragen dat de verschillende aspecten onzer Technische Hogeschool in de loop der jaren in bonte wisseling de aandacht zullen vragen van de toehoorders.

Wegens de alphabetische voorrang moet thans tot U spreken een vertegenwoordiger van de Afdeling der Algemene Wetenschappen. Zijn leerstoel heet: de zuivere en toegepaste wiskunde en de mechanica en de opdracht luidt te spreken over zijn vak. De combinatie vervult hem met zorg, als hij zich de woorden herinnert van zijn oude grijze leermeester, die in een soortgelijke situatie reeds bij het begin van zijn rede bij het gehoor meende te peilen: een diepte van doffe gelatenheid, wel is waar door een volmaakte en bewonderenswaardige hoffelijkheid gecamoufleerd. In elk geval wil hij U niet in het onzekere laten over zijn onderwerp: geen bepaalde vraagstukken uit de wiskunde of de mechanica wil hij aan de orde stellen, maar hij moge tot U spreken over een probleem, dat zijn collega's

en hem sinds lang vervult: de plaats, de merkwaardige plaats, die de wiskunde inneemt in de techniek in het algemeen en aan deze Technische Hogeschool in het bijzonder.

Merkwaardig mag ik deze plaats noemen, omdat de wiskunde in werkwijze en doelstelling wezenlijk verschilt van schier elk der aan deze school onderwezen gebieden van wetenschap; het probleem is: de wiskunde met behoud van haar essentiële kenmerken te voegen in het grotere verband tot een harmonisch geheel.

Om U de tegenstelling duidelijk te laten spreken, zou ik de nadruk willen leggen op het feit, dat in de wiskunde een element van grote betekenis blijkt, dat in de andere wetenschappen vrijwel ontbreekt, namelijk het element *spel*.

De overtuiging, bij velen latent aanwezig, dat het spel, in zijn hogere vormen, een cultuurscheppende factor is van eminente betekenis, werd vooral hier te lande bewust door het werk van Huizinga. Deze onze grootste cultuurhistoricus heeft in een van zijn laatste werken, bescheidenlijk een „proeve ener bepaling van het spel-element der cultuur” genoemd, een fijnzinnige en welgedocumenteerde beschouwing gegeven over het karakter van het spel en zijn plaats in de samenleving. En hij trok de conclusie, dat het spel in vele tijdperken, in vele landen en in vele gebieden des levens een cultuurvormende en cultuurdragende functie heeft vervuld en nog vervult en zelfs dat cultuur steeds in het spel zou worden geboren. Gij zult deze uitspraak niet aanvaarden of verwerpen, voor gij weet wat onder spel is te verstaan. Spel is niet de lach en niet het genot, ook sluit het spel de ernst niet uit. Spel is, zou ik in kindertaal willen zeggen, het tegendeel van „menens”. Als kenmerken van spel zie ik naar voren komen, dat het is doelloos en toch zinvol, vrijwillig begonnen, maar in uiterste gebondenheid voortgezet. Maar waarom zou ik trachten het spelbegrip te bepalen; zoals Huizinga bij een vroegere gelegenheid zijn definitie gaf van het begrip geschiedenis; zo legde hij ook zijn beschouwingen in *Homo Ludens* een begripsomschrijving ten grondslag. Ik lees U haar voor en verzoek reeds thans te verifiëren, dat een belangrijk deel van de bezigheid van de mathematicus binnen de bepaling valt. Het spel dan is „een vrijwillige handeling of bezigheid, die binnen zekere vastgestelde grenzen van tijd en plaats wordt verricht, naar-vrijwillig aanvaarde, doch volstrekt bindende regel, met haar doel in zichzelf, begeleid door een gevoel van spanning en vreugde, en door een besef van „anders zijn” dan het gewone leven”.

Uitgaande van deze woorden onderzoekt Huizinga, in hoeverre aan verschillende cultuuruitingen een ludiek element ten grondslag

ligt. Dat zijn beschouwingen in details niet immer zijn aanvaard, doet geen afbreuk aan zijn baanbrekende conceptie.

Hij heeft het spelelement onderkend in een groot aantal cultuurverschijnselen en deze daardoor op verrassende en overtuigende wijze gesteld in een nieuw licht. Uitvoerig spreekt hij ons over het spel in de taal, het spel in de rechtspraak, in de wijsbegeerte, in de politiek, in de poëzie, in de beeldende kunst; hij ontdekt het spel zelfs in de oorlogvoering (vroeger meer dan nu); hij wijst de vele spel-elementen aan in het onderling verkeer der mensen. De ludieke inslag van vele uitingen in de studentenmaatschappij zullen hem wel niet zijn ontgaan en ik veronderstel dat hij enige spel-elementen zou hebben kunnen aanwijzen in een bijeenkomst als deze, al ware het slechts dat als gevolg van de veelvoorkomende spelvorm der verkleiding een aantal der aanwezigen misschien niet „anders zijn”, maar er toch anders uitzien dan in het „gewone leven”.

In een hoge cultuur als de Griekse zijn vele spel-elementen te onderkennen. Omgekeerd is het wijken van het spel-element dikwijls een teken van neergang der cultuur; ik noem als voorbeeld slechts de hedendaagse sport, die uit het spel geboren, de zuivere spel-elementen gaandeweg heeft verloren.

Aan het spel-element in de wetenschap wijdt Huizinga slechts enkele pagina's. Als voorbeeld stelt hij, dat aan alle neiging tot voortgezette systematiek een ludieke trek verbonden is. Maar in het algemeen moet hij het spelkarakter der wetenschap ontkennen, omdat de regels volgens welke de wetenschap wordt beoefend herhaaldelijk door ervaring en experiment worden gelogenstraft, dus gewijzigd moeten worden en diensgevolge het karakter van spelregels missen. Merkwaardig is nu dat in zijn boek het woord wiskunde in 't geheel niet voorkomt; had deze overigens zo veelzijdige geest zich echter een ogenblik in de sfeer der mathesis verdiept, dan zou zijn betoog door een rij van sprekende voorbeelden kunnen zijn versterkt.

Laat ons zijn definitie volgen. „Een bezigheid, naar vrijwillig aanvaarde, doch volstrekt bindende regel”. Ruim twee duizend jaar lang heeft de wiskunde getracht het vraagstuk op te lossen, een gegeven hoek in drie gelijke stukken te verdelen. De oplossing is eenvoudig en exact te geven met een zogenaamde inschuifconstructie; alleen: deze is tegen de spelregels, die lineaal en passer, en dan nog slechts op welbepaalde wijze gebruikt, toelaten. Deze regel, vrijwillig aanvaard, is volstrekt bindend. De regel zelf heeft een grote mate van willekeur, zij berust zoals vele spelregels op traditie en piëteit, gaat op Plato terug, maar heeft op zichzelf geen dwingend karakter en geen wiskundige, slechts historische zin. Ik toets de

definitie verder. „De bezigheid heeft haar doel in zichzelf”. De bedoeling der trisectie is niet, de instrumentmaker een hulpmiddel te geven bij het vervaardigen van nauwkeurige gradenbogen; deze had sinds lang methodes, die veel exacter zijn, dan welke materiële uitvoering van welke exacte constructie ook. Het zoeken van de trisectie heeft geen ander doel, dan de trisectie. „De bezigheid is begeleid door een gevoel van spanning en vreugde en door een besef van anders zijn dan het gewone leven”. Inderdaad het spel was door een gelukkige keuze van de spelregels niet te moeilijk en moeilijk genoeg om twee millennia te boeien en de wiskundige het besef te geven van anders-zijn, d.w.z. om hem te ver-maken. Dit voorbeeld moge U reeds enig inzicht geven in wat ik bedoel met het spel-element in de wiskunde. Het kan door vele andere worden vervangen.

De wiskundige kan verschillende spelen, die elk hun spelregels hebben. Er zijn regels, van algemene aard n.l. die welke moeten worden gevolgd bij het trekken van conclusies uit gegevens, de regels dus der logica. Maar ook deze regels zijn niet absoluut, de intuitionist laat het tertium non datur niet toe, de formalist daarentegen neemt het beginsel van het uitgesloten derde in zijn spelregels op. Het is dan ook begrijpelijk, dat zij elkaar niet kunnen overtuigen van de juistheid van hun standpunt. Over de waarde van een spel kan men evenveel twisten als over de smaak.

Natuurlijk zijn er zowel interessante als onaantrekkelijke spelen; men kan dieper graven en over de waarde van een bepaald spel en over het ontstaan en de aanvaardbaarheid der regels filosoferen, maar dan doet men aan filosofie en psychologie en niet aan wiskunde.

Behalve de algemene regels zijn er bijzondere regels; het spelreglement voor elk spel is vastgelegd in het systeem van axioma's en postulaten, dat aan het betrokken hoofdstuk der wiskunde ten grondslag wordt gelegd. Gij weet, dat de woorden algebra en meetkunde in onze vaktaal elk een meervoud hebben. Behalve de klassieke algebra van de reële of de complexe getallen zijn er andere algebra's, met andere rekenregels, eindige en oneindige algebra's, commutatieve en niet-commutatieve, met of zonder begrippen als „groter dan” en „kleiner dan”. Deze algebra's zijn in beginsel alle evenveel (of even weinig) waard; de regels zijn gebonden aan de eis, dat er een correct en eerlijk spel mee kan worden gespeeld, maar hebben verder in hoge mate een willekeurig karakter.

Dezelfde opmerkingen gelden voor de meetkundes; de euclidische, de niet-euclidische, de affine, de projectieve meetkunde en de topologie hebben elk hun reglementaire voorschriften. Zij staan wel is

waar niet los van elkaar, maar zijn in bepaalde opzichten verwant. Sommige spelregels zijn verschillende meetkundes gemeenschappelijk. Daarenboven kan men eenzelfde spel nog op verschillende wijzen spelen; men kan b.v. de projectieve meetkunde analytisch (met coördinaten en vergelijkingen) of synthetisch (met „meetkundige” redeneringen) beoefenen. In wezen komt dit slechts neer op een verschil in terminologie.

De algebra's en de topologie zijn thans zeer gewilde spelen. Er is n.l. ook in de wiskunde een verschijnsel, dat verwant is met de mode. Is een spel lang gespeeld en biedt het weinig verrassingen meer, dan raakt men er op uitgespeeld en kijkt uit naar een ander spel. Omstreeks 1850 leggen Cayley en Grassmann, uitgaande van algebraïsche gezichtspunten aarzeland de grondslagen voor meetkundes met meer dan drie afmetingen.

In de tweede helft der eeuw maken meer meetkundig gerichte geesten zich van deze conceptie meester; gij kunt U voorstellen hoe zij als kinderen hebben genoten van de nieuwe bewegingsvrijheid en hoe zij hebben rondgebuiteld in de meerdere ruimte, die de enorme n -dimensionale speelweide hun bood. Ook in ons land is het spel intens beoefend. Maar men was spoedig moegespeeld en het standaardwerk over meerdimensionale geometrie van de Groningse hoogleraar P. H. Schoute is thans slechts met moeite antiquarisch te verkrijgen.

Spelen komen en gaan, zij komen soms ook terug, gevarieerd, voor een ander aspect aandacht vragend. Er is dikwijls een zekere historische periodiciteit in deze dingen. Zoals knikkeren en tolleren in het leven onzer kinderen elk hun tijd hebben, schommelt de belangstelling voor op het getal gerichte en op de figuur gerichte wiskunde in de loop der jaren heen en weer.

Het spelkarakter der wiskunde komt ook duidelijk tot uiting in de wijze waarop zij wordt beoefend. Ik geef U een voorbeeld. Het aloude, in 1778 gestichte Wiskundig Genootschap publiceert telken jare een reeks van wiskundige opgaven, aan welke series vrijwel alle wiskundigen in ons land meewerken of hebben meegewerkt. De redacteur plaatst alleen opgaven waarvan de oplossing is bijgevoegd; hij houdt deze laatste voorlopig achter. Een jaar lang trachten een groot aantal mathematici deze vraagstukken op te lossen, let wel, niet ter oefening in, maar tot beoefening van de wiskunde; zij wijden daaraan vele uren en veel energie. En al die tijd weten zij, dat de oplossing, die volgend jaar vrij en zonder octrooi zal verschijnen er al lang is en veilig rust bij Bremekamp thuis in een la. Ik meen, dat dergelijke situaties buiten de wiskunde vrijwel niet

voorkomen. Gij hebt het volste recht deze werkwijze te veroordelen als oneconomisch en inefficiënt en als verspilling van ernst, maar dan hebt gij vergeten, dat spel heeft „zijn doel in zichzelf, en begeleid wordt door een gevoel van vreugde of spanning”. Gij treft dezelfde mentaliteit aan in het tijdperk van een Huygens of een Bernoulli, waarin de grote wiskundigen elkaar hun resultaten zenden, de bewijzen in een bijgevoegd anagram listiglijk verbergend. Misschien kunt gij iets meevoelen van de sensatie, die Niven het vorige jaar in de wiskundige wereld verwekte, toen hij op één pagina van het Bulletin of the American Mathematical Society bewees, dat het getal π onmeetbaar is. De stelling zelf was, nota bene, reeds twee honderd jaar geleden door Lambert bewezen en wij weten sinds lang van het karakter van π principieel veel meer. Maar zonder enige belangstelling voor de uitslag als zodanig bewonderde men de wijze, waarop deze werd verkregen. Gij kunt dit beschouwen als een voorbeeld te meer van de in Uw oog misschien merkwaardige en zelfs paradoxale instelling van de wiskundige, die zoekt om iets te vinden, maar wiens doel eigenlijk niet in de vondst, maar in het zoeken zelf is gelegen.

Deze uitspraak doet de vraag naar voren komen of deze instelling ten slotte niet een wezenstrek is van ieder mens, die dan in de wiskundige, zoals ik U die tot nu toe schetste, sterk is geprononceerd of als U wilt, ad absurdum gevoerd.

Geeft niet het maken van een reisplan meer „spanning en vreugde” dan de reis zelf? Geeft niet het scheppen zelf dikwijls meer geluk dan de bevrediging over het bereikte? En zijn de herinneringen aan de repetities niet intenser dan die aan de uitvoering? Het is bekend dat de dichter als regel de belangstelling voor zijn gedicht verliest als hij het heeft voltooid. Als pendant noem ik U de figuur van Hilbert, de grootste wiskundige misschien van de laatste eeuw, die op verschillende terreinen van zijn wetenschap fundamentele vondsten bereikte, maar zich dan daarna resoluut van het onderwerp afwendde en er blijkbaar alle belangstelling voor verloren had. Gausz heeft vele van zijn omvattende mathematische resultaten niet gepubliceerd, naar hij zegt, omdat hij het geschreeuw der Boeotiërs vreesde, maar toch vermoedelijk ook wel, omdat bij het bereiken van het doel de vreugde verbleekte. Hoe goed meent de wiskundige het woord te begrijpen van de la Vallée Poussin, de nestor der Belgische mathematici, die zijn leven overschouwende, de wiskunde vergelijkt met een muze, die hem heeft begeleid en die daarna als volgt spreekt: vele vragen heb ik haar gesteld, soms heeft zij geantwoord, maar ook als zij dat niet deed, heeft zij toch altijd

tot mij geglimlacht. Door de wiskunde met een muze te vergelijken, wil ik er tevens, zij het terloops, Uw aandacht op vestigen, dat zij, evenals trouwens het spel in het algemeen, ontegenzeggelijk een aesthetisch moment bevat.

Zou men de stelling willen verdedigen, dat niet slechts in de wiskunde, waar zij evident is, maar in alles wat zij ondernemen het worstelend zoeken meer geluk biedt dan het uiteindelijk bereiken, dan kan men geschraagd worden door een woord van niemand minder dan Pascal, wiskundige maar nog wel iets meer, die het in de geserreerde vorm van zijn *Pensées* als volgt zegt en daarin merkwaardigerwijze ook het spel betreft: Rien ne nous plait que le combat, mais non pas la victoire; ainsi dans le jeu, ainsi dans la recherche de la vérité; nous ne cherchons jamais les choses, mais la recherche des choses.

Het is niet verwonderlijk, dat de wiskunde, die zoals wij zagen een sterk ludiek element bevat, zich ook immer heeft geïnteresseerd voor het spel in engere zin of als U de volgorde omkeert: dat er vele spelen bestaan met een mathematische inslag. Daarbij doet zich het op het eerste gezicht paradoxale verschijnsel voor, dat een afdoende wiskundige behandeling van een spel, dit spel als spel doodt. Schaak, dam, go en laska hebben zich door hun gecompliceerdheid gelukkig tegen een volmaakte theorie verzet, maar het nim of het wolf- en schapenspel zijn door de geslaagde behandeling verschrompeld tot historische curiositeiten en kunnen alleen worden gespeeld door onschuldigen, die niet van de boom der kennis hebben geproefd; hetzelfde geldt reeds voor bepaalde schaakeindspelen. Verschillende grote wiskundigen, zoals Eulèr, Cayley en Sylvester hebben zich met spelen van velerlei aard bemoeid. Er bestaan vele collecties van dergelijke spelopgaven en spelbehandelingen, waarbij wij zoals gij begrijpt soms de grens naderen of overschrijden, waarbij het bedrijven van wiskunde overgaat in puzzlen en die door onverantwoordelijke personen soms aanleiding zijn geweest deze begrippen te identificeren. Een van de oudste dezer verzamelingen zijn de *Problèmes plaisants et délectables* van Bachet uit 1612, uit latere tijd zijn de *Récréations mathématiques* van Lucas, de *Mathematische Unterhaltungen und Spiele* van Ahrens, de *Wonderlijke Problemen* van Schuh, de vele malen herdrukte en gemoderniseerde *Mathematical Recreations* van Ball. Ik wil aan deze opsomming een klein boekje toevoegen, dat geschreven werd door een wiskundige, die in de tweede helft der vorige eeuw jaren lang te Oxford doceerde. Hij was een zachtmoedig en bescheiden mens, die schuchter en verlegen door het leven ging. 's Nachts, door slapeloosheid gekweld, be-

dacht hij op de peluw van zijn sponde, wiskundige opgaven en puzzles, die hij uit het hoofd oploste en waarvan hij er later een aantal in het licht gaf onder de titel *PILLOW PROBLEMS, thought out during sleepless nights*, (later gewijzigd in: *wakeful hours*), van welk curieus boekje verschillende edities verschenen. Hij had een naïeve en weinig weerbare natuur en kon alleen te midden van kinderen zijn bevangenheid afleggen, maar hij had ook de typische, onnavolgbare angelsaksische humor. Zijn naam, Charles Lutwidge Dodgson, zal misschien zelfs aan de wiskundigen onder ons weinig zeggen, maar gij kent hem allen, want hij schreef onder de schuilnaam Lewis Carroll het onsterfelijk *Alice in Wonderland*. Er komt weinig wiskunde in voor, al zal de deskundige lezer in de veranderingen, die de kleine Alice door de toverdrank ondergaat, gemakkelijk gelijkvormigheidstransformaties en affiniteiten herkennen. Maar ik denk dat U beter is bijgebleven het verhaal van de kat uit Cheshire, die in een boom zat en glimlachte en toen langzaam verdween, terwijl de glimlach nog een wijle toefde. Dat ik het boek hier noem, is overigens ook een daad van eenvoudige erkentelijkheid, omdat ik de halve titel van deze rede er aan danken mag.

In de naam van de leerstoel, die ik noemde, wordt gewaagd van zuivere en toegepaste wiskunde. Gij zult beseffen, dat met de mathesis, waarvan ik tot nu toe gesproken heb, de zuivere wiskunde bedoeld is en ik meen daarin dus een belangrijk spel-element te kunnen vaststellen, daarmee de these van Huizinga in alle bescheidenheid enigermate versterkend. Gij hebt mij geenszins horen uitspreken, dat ik zelfs deze wiskunde met een spel zou willen vereenzelvigen. Gij kent de nog verder strekkende gedachte, volgens welke alles wat de mens doet of denkt een spel zou zijn. De Grieken was dit denkbeeld niet vreemd en gij weet dat Plato de mens een speeltuig noemt der Goden. Ik herinner ook aan de slotwoorden, die Schnitzler in een van zijn een-acters aan Paracelsus in de mond legt: „Es war ein Spiel! Was sollt' es anders sein? Was ist nicht Spiel, das wir auf Erden treiben." Deze uitingen kunnen een bijna onuitsprekelijke diepe zin dragen, mits men daarbij niet denkt aan de definitie van spel, die ik U mocht voorlezen.

Maar binnen deze begripsbepaling beweegt zich ook de zuivere wiskunde niet. Ik zou het tegendeel overigens betreuren, want al kan men met Huizinga menen, dat een wijken van het spel-element verarming der cultuur betekent, een overheersen van dat element doet onrecht aan de menselijke waardigheid. De grote betekenis van de zuivere wiskunde als geestelijke uiting is te dikwijls getuigd, dan dat het mij mogelijk zou zijn nieuwe woorden te vinden

om haar te schetsen. Zij is een der exponenten van het streven — dat een geluk inhoudt en een noodlot beide — om „achter de waarheid” te komen. En bij de wiskunde gaat het dan om waarheden van zeer algemene aard, vrij van subjectief vooroordeel, onafhankelijk van feilbare zintuigelijke waarneming, onverlet bij de seizoenwisselingen der historie. Hier is geen verschil van mening maar volledige mogelijkheid elkaar te overtuigen. Althans op dit gebied denken alle mensen gelijk. En de wiskundige bereikt, dat zijn uitspraken algemeen geldend en algemeen aanvaardbaar zijn, doordat hij niet in het onzekere laat waarover hij spreekt, aan zijn betoog ondubbelzinnige definities ten grondslag legt en een nauwkeurigheid en zorgvuldigheid najaagt, die naar men mag hopen op andere gebieden des levens kunnen worden overgedragen. Hij is, wat men gezegd heeft van Valery, wiskundige en nog wel iets meer, een *chasseur d'exactitude*. Zo wordt de zuivere wiskunde een leerschool van de rede. Er wordt geklaagd, dat de mens, dat de student zijn moedertaal zo slecht beheerst en zich erbarmelijk uitdrukt als hij iets wil mededelen. In het „Rapport van de Staatscommissie tot Reorganisatie van het Hoger Onderwijs”, het boek van de maand, kunt gij in een nota de volgende passage lezen: „(Wij) zijn de overtuiging toegedaan, dat de gebrekkige uiting in het Nederlands in de meeste gevallen niet voortvloeit uit een tekort aan kennis van die taal, maar uit een *tekort aan logisch denken*.” Aan deze volzin, ondertekend door een classicus en een jurist, zal elke wiskundige adhaesie willen betuigen.

Geachte toehoorders! In de woorden, die ik tot U richtte, was tot nu toe nauwelijks sprake van de Hogeschool, welker stichting wij heden gedenken. Toen ik het spelelement der mathesis onderstreepte zijt gij, die thans worstelt met Uw propaedeutische wiskunde of daaraan terug denkt, wellicht te meer overtuigd geworden van de aanvaardbaarheid van het woord van vader van Alphen: „Mijn spelen is leren en mijn leren is spelen”, en waarschijnlijk hebt gij daaraan met hem de niet ongerijmde conclusie verbonden: „En waarom zou mij dan het leren vervelen.” Maar ik vrees, dat tevens een andere reactie in U is gegroeid, die, ware zij niet door een volmaakte en bewonderenswaardige hoffelijkheid gecamoufleerd, U luidkeels de vraag zou doen stellen: wat doet gij met Uw speelse neigingen hier, aan dit instituut van nut en ernst; zo gij te spelen wenst; speel elders! En zo hebben mijn woorden het gevaar bevat, dat zij het bestaansrecht van de hoogleraren in de wiskunde, die aan de T.H. aanwezig zijn in een aantal hetwelk dat der muzen evenaart, discussiabel hebben gesteld.

Gij zult wel niet verwachten, dat deze rede de zin heeft om de existentie van mijn speelgenoten en mij weg te bewijzen.

In onze veronderstelde discussie hebt gij een woord gebruikt, dat uit de mond van de zuivere mathematicus zelden wordt gehoord; inderdaad de wiskunde, die doelloos is of hoogstens haar doel draagt in zichzelf, kan niet *nuttig* zijn in de enge en trouwens zeer variabele betekenis, die men aan dat woord verbindt. Wilt gij daarop Uw vonnis doen berusten, dan mag ik misschien allereerst antwoorden met de rhetorische gewetensvraag of gij alles wat geen nut heeft, overbodig acht.

In de tweede plaats herinner ik U aan de overtuiging van de mathematicus en van vele niet-mathematici, dat de logische scholing, die de wiskunde bieden kan, een gunstige psychische nawerking heeft, die zich uit als de mens zich richt tot andere gebieden des levens. De ordening der gedachte, het zich rekenschap geven van wat men zegt of schrijft, het elimineren van het bijkomstige, het trekken van de juiste conclusie uit gegeven praemissen, kortom het betrachten der *exactitude*, zijn faculteiten van de geest, die op zijn zachtst gezegd, zeer bruikbaar zijn bij veel wat de mens onderneemt of tracht te doorgronden. Deze eigenschappen, voor zover latent aanwezig, moeten en kunnen evenals alle potentiële mogelijkheden worden ontwikkeld, geschoold, gevormd, geoefend. Het is deze vormgevende kracht, die het onderwijs in wiskunde in het algemeen mede rechtvaardigt. Zij ontwikkelt de verstandelijke instelling, die met name ook de ingenieur zeker behoeft. Zij kan er ook toe bijdragen om de moeilijke vraag te beslissen of de betrokken student de studie zal beginnen of voortzetten en dus van invloed zijn bij het zo klemmende probleem der selectie.

Al deze argumenten, hoe gewichtig ook, rechtvaardigen echter nog niet de belangrijke plaats, die de mathesis aan de technische hogeschool inneemt en mijns inziens is hun betekenis, relatief genomen, in de loop der jaren verminderd, een feit, dat van grote invloed is en zal zijn op de inrichting van het wiskundig programma. In de taakomschrijving van onze leerstoel is namelijk ook sprake van toegepaste wiskunde; het wil mij voorkomen dat hier steeds meer komt te liggen en zeker moet komen te liggen de rechtvaardiging van onze aanwezigheid. Daarbij moeten wij het echter eerst eens zijn over de betekenis van de term. Zij ontstond, meen ik, anderhalve eeuw geleden onder omstandigheden, die met het ontstaan en de ontwikkeling der technische hogescholen nauw verband houden. Zij geeft thans dikwijls aanleiding tot misverstanden en maant tot grote voorzichtigheid bij vertalingen, omdat b.v. onder *applied mathe-*

matics doorgaans heel iets anders wordt verstaan. Ik zou willen vooropstellen, dat toegepaste wiskunde allereerst is: wiskunde, echte, onvervalste wiskunde en niet iets, dat op wiskunde lijkt, maar de essentiële kenmerken ervan ontbeert.

Dus ook in de toegepaste wiskunde ondubbelzinnige definities en feilloze redeneringen, geen half te begrijpen betogen, nog minder het voorschrijven van rekenrecepten, die misschien voor de student gerechtvaardigd zouden worden door zijn welbekend grenzeloos vertrouwen in de autoriteit van de leermeester, maar die het hoger onderwijs onwaardig zijn. U moogt bij toegepaste wiskunde ook niet allereerst denken aan grafische methodes en aan rekenmachines en in het algemeen aan het bereiken van numerieke resultaten. Dat alles is belangrijk en door de mathematicus ten onrechte te veel verwaarloosd, maar het is niet en kan niet worden de hoofdzaak, het is principieel van lagere orde.

Wat toegepaste wiskunde, nog beter: toepasbare wiskunde wèl is, kan in ons verband misschien het beste zo worden gezegd: het is de wiskunde, waaruit het spelelement is verdrongen, het is de wiskunde, die menens is geworden en bedoelingen heeft gekregen. Het verschil tussen de zuivere en de toegepaste wiskunde ligt niet in de methode of het onderwerp, het is een verschil in mentaliteit van hem, die de wiskunde beoefent. Het zich openstellen voor toepasbaarheid betekent voor de mathematicus het terzijde stellen van de zelfvoldaanheid, die zijn trots was en zijn beperktheid tevens, het betekent het prijs geven van zijn autonomie en het zich stellen in een positie van dienstbaarheid, het heeft als gevolg het verlaten van een zelfgenoegzaamheid, die men wel aristocratisch mag noemen, en het aanvaarden, aarzelend en niet zonder ironie, van de door anderen gedane ontdekking, dat de wiskundige een nuttig lid van de maatschappij is.

Immers er heeft zich een inzicht ontwikkeld, dat men gerust een wonder mag noemen. De wiskunde, die een wetenschap is van de geest, is gebleken te zijn niet een aantrekkelijk hulpmiddel, maar een onontbeerlijke voorwaarde voor de bestudering van de materie. Galilei, die aan het begin staat van de nieuwe geschiedenis der natuurwetenschap en de grondslagen heeft gelegd voor de mechanica wist dat reeds, toen hij zeide, dat men de natuur slechts kan verstaan, als men de taal beheerst, waarin zij tot ons spreekt en die taal is de wiskunde en Kant stelt vast, dat elke natuurwetenschap slechts zoveel ware wetenschap bevat als zij wiskunde inhoudt. Hij, die de stoffelijke wereld bestudeert en de natuur vragen stelt, is niet tevreden, zolang de antwoorden niet zijn gegeven of door hem zijn

te vertalen in de taal der mathesis en hij streeft ernaar de wetmatigheden, die hij vindt of vermoedt, te formuleren in wiskundige betrekkingen, die het functionele verband tussen zijn grootheden on dubbelzinnig vastleggen. En zo zien wij dan ook dat de techniek, zich losmakend uit het primitieve stadium van ervaring en intuïtie, zich steeds meer baserend op de methodes en de resultaten der physica, zich door experiment en research ontwikkelend tot een wetenschap in de ware zin des woords, steeds meer behoefte heeft aan en steeds meer doordrenkt wordt met wiskunde.

En zo heeft daar die merkwaardige ontmoeting plaats tussen mathesis en techniek, tussen geest en stof, tussen doelloosheid en doel, tussen spel en nut. Merkwaardige ontmoeting van twee extremen, die elkander raken. Enerzijds de wiskunde, van aristocratische allure, met een stamboom, die via Gausz en Euler, Leibniz en Huygens, via de Arabieren en Ptolemeus en Euclides, teruggaat tot het rekenboek van de Egyptenaar Ahmes en tot de cultuur van het tweestromenland; de wiskunde, die reeds sinds twee en een half millennium driehoeken en axioma's in haar schild mag voeren. En anderzijds de wetenschappelijke techniek. De techniek, dat weet ge, is negentiende-eeuws, bourgeois en ganselijk niet van den bloede. Is het onbegrijpelijk dat sommige universitaire familieleden prevelen van een *mésalliance*?

Het feit is, dat de winst, dat het voordeel, dat het genoegen wederzijds is. De techniek roept om wiskunde, meer en steeds meer toepasbare wiskunde, zij heeft de wiskunde nodig als brood. En de wiskunde behoeft zich merkwaardiger wijze geen geweld aan te doen om aan de roepstem gehoor te geven. Zij moet de begrijpelijke aarzeling overwinnen, die gelegen is in de aanvaarding van het feit, dat zij door anderen nuttig wordt verklaard, maar dan zijn een paar eenvoudige gelijkvormigheidstransformaties en affiniteiten voldoende om haar pasklaar te maken en kan Euclides het wonderland der techniek betreden. Een wonderland, dat hem aanvankelijk verbijstert en hem beschaamd doet staan om zijn onwetendheid. Een wonderland, waar een taal wordt gesproken, die hij voorlopig slechts ten dele kan vatten en die vol is van sprookjesachtige woorden, waarachter zich trouwens ook sprookjesachtige begrippen blijken te bergen. Het land van rekstrookjes en turbogeneratoren, van oscillografen en windtunnels, van aethyleendiaminetartraat en die-die-tie, van vestzakschepen en paternosterliften, van jacobsladders, loopkatten en paddestoelvloeren. En het meest verbijstert hem het zich opdringende besef, dat men hem nodig heeft, dat hij de houding van een terzijde spelende argeloze toeschouwer mag en moet opgeven

en dat hij wordt ingeschakeld in een team, dat niet speelt om het spel, maar dat een doel tot oogmerk heeft.

Hij behoeft zich geen geweld aan te doen, zei ik. Immers een tweede wonder voltrekt zich, hij behoeft slechts de wiskunde aan te bieden, die hij zonder bedoeling en voor zijn genoegen had ontwikkeld. Hij behoeft slechts de plicht op zich te nemen, iets van zijn aangeboren individualisme op te geven en bij de keuze, die hij moet treffen, rekening te houden met de voorkeur van anderen en dat kan zijn karakter moeilijk schaden.

Immers het opmerkelijke feit doet zich voor, dat de wiskundige theorie, die men van hem nodig heeft, zeer dikwijls reeds aanwezig is en dat de spelenderwijze verkregen resultaten zonder meer kunnen worden toegepast. Ik had het genoegen U daar straks voor de vuist weg een aantal voorbeelden te geven van onderwerpen, waarmee de zuivere wiskundige zich heeft vermeid. Toen de Grieken trachtten de trisectie van een hoek te verrichten kwamen zij al spelend van het een op het ander en zij ontmoetten een aantal kromme lijnen, die als meetkundige plaatsen bij de inschuifconstructies hun aandacht trokken. Een dezer, naar zijn gedaante herinnerend aan de contour van een mosselschelp, werd vijftienhonderd jaar later als *conchoïde* een dankbaar object van analytisch-meetkundige beschouwingen. De in de tweede helft der negentiende eeuw ontwikkelde geometrische kinematica herkende in deze figuur de baan-kromme van het eenvoudige bewegingssysteem, waarbij de benen van een gegeven hoek gedwongen worden door twee vaste punten te blijven gaan. En de zaak is rond, zoals men tegenwoordig zegt, als ik U er aan herinner, dat deze kinematica de onmisbare basis is voor de constructie van technische mechanismen. De hoogleraar, die aan deze hogeschool de kinematica doceert, wijst telken jare met onverholten voldoening op de omstandigheid, dat de baan-kromme der stangenvierzijde, van welke tricirculaire curve van de zesde graad hij de meetkundige eigenschappen bespreekt, de grondslag is voor de constructie van hooischudders en deegkneedmachines en het is waarschijnlijk een atavisme als hij in ogenblikken van bezinning zich de vraag stelt of hij door het uitspreken van deze voldoening, cultureel is gestegen of gedaald.

Mijn tweede voorbeeld betrof de ontwikkeling der meerdimensionale meetkunde. Ik behoef U nauwelijks te zeggen hoezeer deze beschouwingen sinds lang de gehele toegepaste wiskunde doortrokken hebben en als illustratie dienst kunnen doen bij alle problemen, waarbij meer dan drie variabelen optreden, b.v. in de relativiteitstheorie, in de mechanica van systemen met meerdere

vrijheidsgraden en in de relaxatieberekeningen volgens Southwell.

Ik sprak U ook over wiskundige spelen en wiskundige spelletjes. In de collecties, die ik noemde, zult Ge een onnozel lijkend vraagstukje ontmoeten, dat Euler zich in 1736 voorlegde en dat betrekking had op de topografie van het toenmalige Koningsbergen, hoc tempore Kaliningrad. Over de rivier de Pregel, die aldaar een zijrivier opneemt en een eiland omspoelt, waren destijds zeven bruggen gebouwd en de vraag was of men een wandeling door de stad kon maken, daarbij elke brug één en slechts éénmaal passerend. De beschouwingen van Euler hebben de grondslag gelegd voor de ontwikkeling der combinatorische topologie en als gij naar toepasbaarheid vraagt noem ik U slechts de theorie der elektrische netwerken en die betreffende het aantal isomeren van grote moleculen. Nog veel meer omvattend is de vraag gebleken, die de Chevalier de Méré aangaande zijn kansen bij zeker dobbelspel aan Pascal stelde en die de laatste heeft doen worden de grondlegger der waarschijnlijkheidsrekening.

Het is U bekend van welke enorme betekenis deze theorie is geworden voor de meest verscheiden gebieden in en buiten de techniek: voor de automatische telefonie, de waarnemingsrekening der geodesie, het marktonderzoek, de verkeersregeling, de bevoorradingspolitiek, de proefveldtechniek en het kwaliteitsonderzoek van massaproducten door steekproeven, om van biologische, economische en verzekeringswetenschappelijke toepassingen te zwijgen.

Al deze voorbeelden zijn onbeperkt te vermeerderen. Ik moge U nog slechts de niet-Euclidische geometrie noemen, in het begin der negentiende eeuw ontstaan uit onvrede met het vijfde postulaat der elementen en gegroeid tot een der meest elegante hoofdstukken der meetkunde. Haar betekenis voor de ontwikkeling der relativiteitstheorie wil ik ontveinzen, omdat gij deze toepassing zoudt kunnen wraken als buiten de eigenlijke techniek vallend, maar ik vermeld een aan deze hogeschool enige jaren geleden verdedigde dissertatie, waarin met behulp van niet-Euclidische overwegingen de eigenschappen der elektrische vierpolen op originele manier werden afgeleid en uitgebreid. Al deze voorbeelden tonen aan, dat vele gebieden der om zichzelf ontwikkelde en bestudeerde wiskunde vroeger of later worden toegepast op buitenwiskundige problemen. Gij weet, dat onze oud-collega Schouten in zijn Amsterdamse oratie zelfs de vermetele stelling heeft uitgesproken, dat hier van een zekere causaliteit sprake is en dat althans de theoretische natuurkunde zich ontwikkelt in zodanige richting, dat zij de reeds voorhanden wiskunde gebruiken kan.

Ik wil thans de vraag aan de orde stellen in hoeverre de verhouding tussen zuivere en toegepaste wiskunde, die ik trachtte te schetsen, enerzijds en de steeds meer dringende vraag om wiskunde door de techniek anderzijds, van invloed zijn geweest en van invloed zullen zijn op de wiskundige programma's aan deze technische hogeschool. Ik ga daarbij uit van de aanvankelijk aanwezige toestand en stel daarin twee feiten vast; ten eerste: de wiskunde was beperkt tot de propaedeuse, ten tweede: in dit propaedeutische wiskundeprogramma nam het spelelement een grote plaats in en werd met rechtstreekse toepasbaarheid weinig rekening gehouden. Deze toestand, die wel mede ontstaan zal onder invloed van de *Ecole polytechnique*, was voor zijn tijd volkomen logisch en gaf voortreffelijke resultaten. De mathematische behoeften van de techniek waren nog gering en weinig gedifferentieerd, men waardeerde de verstandelijke scholing, die de propaedeuse bood, stond betrekkelijk onverschillig tegenover de objecten, waarop de geest werd gescherpt en kon het programma aan de mathematici overlaten; deze serveerden het wiskundig menu van de dag, dat onder meer een grote portie meetkunde bevatte. Tegenover onmiskenbare voordelen vertoonde deze toestand ook ernstige bezwaren. Hij isoleerde de wiskundigen van de eigenlijke opleiding en beperkte tot ieders schade hun werkgebied. In het isolement, lag hun kracht en hun zwakte tevens. Ook thans nog voelt de wiskundige soms in zijn omgang met de technici een doorstrengeling van diep respect voor zijn veronderstelde geleerdheid en een welwillende twijfel aan de reden van zijn bestaan en hij is geneigd te vragen ni cet excès d'honneur, ni cette indignité en te verzoeken in de kring te worden opgenomen, zoals het na elke inaugurele rede heet. Het isolement der wiskundigen weerspiegelt zich ook op waarlijk symbolische wijze in de plek, waar zij sinds mensenheugenis tijdelijk zijn ondergebracht. Aan de zoom van deze stad hebben zij een eenzame voorpost betrokken en als gij de situatie ter plaatse kent, weet gij dat deze mensen, deze gezellen van tijd en ruimte, aldaar als naaste burenen hebben enerzijds het memento mori en anderzijds de oneindige hemel van het landschap Holland. En nu toch onze gedachten uitgaan naar hun dagverblijf vraagt men zich onwillekeurig af of het hun wereldongelijkvormigheid, hun zachtmoedige bescheidenheid of hun aristocratische gezindheid is geweest, die de wiskundigen deed berusten ondergebracht te worden in een barakkenkampement, opgebouwd uit een stelsel semi-permanente parallel-epipeda, waarvan de architectuur eerlang zal kunnen gelden als een typisch voorbeeld van praehistorische praefabricage.

De inrichting van het wiskunde-onderwijs, zoals ik U die schetste,

wordt thans wel algemeen als verjaard beschouwd en er voltrekt zich geleidelijk een ontwikkeling, die nog geenszins het eindstadium heeft bereikt. In tweeërlei opzicht treedt wijziging in.

In de eerste plaats wordt beseft, dat de wiskundige propaedeuse geen autonoom gebied is, maar dat men reeds daar rekening heeft te houden, veel meer dan vroeger, met het vervolg der opleiding. Men kan de algemene logische scholing als een kostbaar goed blijven beschouwen, maar tot de conclusie komen, dat deze even doeltreffend en dus beter, kan worden verkregen aan de hand van wiskundige objecten, wier toepasbaarheid vaststaat. De consequenties zijn voor de docent aanvankelijk soms niet aantrekkelijk en hij zal dikwijls met een bloedend hart dankbare hoofdstukken ter zijde moeten stellen, omdat zij te veel spelelementen bevatten. Een gevolg is ook dat men de uniforme propaedeuse zelfs voor de verschillende afdelingen van de algemene cursus in principe zal moeten laten varen. Voorts zal men de volgorde in de propaedeuse waar mogelijk zo moeten kiezen, dat de verkregen kennis reeds tijdens de eerste jaren bij andere propaedeutische vakken als mechanica en physica kan worden toegepast. Men zal verder nauwkeurig moeten nagaan in hoeverre de thans onderwezen vakken in het schema passen en bijvoorbeeld bij de beschrijvende meetkunde, waarvan de doelstelling omstreden en dubbelzinnig is, moeten nagaan voor elk der betrokken afdelingen afzonderlijk of uitbreiding, vermindering of afschaffing geboden is. De strikte uniformiteit der propaedeuse is ook voor de algemene cursus reeds opgeheven; sinds lang behoort voor sommige afdelingen de vectorrekening tot het programma, terwijl sinds enige jaren voor de studie voor geodetisch ingenieur een college over projectieve- en differentiaalmeetkunde is ingelast.

Bij de eventuele verdere wijzigingen in de propaedeuse zal men overigens met wijs beleid te werk moeten gaan en het beginsel der toepasbaarheid kan zeker niet tot in zijn uiterste consequenties worden gevolgd. Immers een eerste eis moet blijven, dat het onderwijs ook didactisch verantwoord is en deze voorwaarde is mede bepalend voor omvang en volgorde. Herhaalde wisseling van onderwerp zou onvruchtbare onrust scheppen en de aard der mathesis, waarbij het volgende logisch voortvloeit uit het vorige, veronderstelt een compositie, die niet straffeloos kan worden doorbroken. Het komt mij dan ook voor, dat bij de inrichting van dit programma gaarne zal worden geluisterd naar de wensen der afdeling, maar dat bij de uitvoering aan de hoogeraren in de wiskunde en hun thans wel onmisbare medewerkers, de instructeurs, een grote invloed zal moeten blijven.

Ik kom thans tot een tweede desideratum, de post-propaedeuti-

sche wiskunde. Het is reeds lang duidelijk, dat de wiskundige voorbereiding voor vele studierichtingen onvoldoende is om een moderne wetenschappelijke opleiding te waarborgen. Ook hier geldt overigens, dat naar het woord van de Prediker alles zijn tijd heeft. Reeds vijf en dertig jaar geleden gaf Rutgers aan deze hogeschool colleges over integraalvergelijkingen, maar hij was zijn tijd vooruit en het bleef bij een incidentele poging. Maar later kwam uit de techniek zelf de behoefte en drong de wiskunde langzaam in de hogere studiejaren door met colleges over functietheorie, partiële differentiaalvergelijkingen en groepen van bijzondere functies. De ontwikkeling voltrekt zich thans in versneld tempo en enige jaren geleden werd het programma vermeerderd met voortgezette en toegepaste analyse en met mathematische statistiek. Deze colleges hebben, alle sombere voorspellingen ten spijt, zeer grote belangstelling ervaren, en hoewel het hier grotendeels facultatieve en keuze-vakken betreft, spelen de gelukkige collega's, die deze lessen mogen verzorgen, dagelijks voor uitverkochte huizen. En het is wel duidelijk, dat de wiskundigen, als zij de eisen van de tijd willen verstaan, zich beschikbaar moeten stellen om hun diensten nog uit te breiden. Daarbij sta voorop, dat voortgaande ontwikkeling slechts zal kunnen plaats vinden in enge samenwerking met de afdelingen, dat een grote mate van differentiatie geboden is, dat nieuwe onderwerpen slechts voor bepaalde afstudeerrichtingen verplicht moeten worden gesteld, dat zij volgens de beginselen van hoger onderwijs worden onderricht en dat zij toepasbare wiskunde moeten inhouden. Het thema zij in het algemeen de voortgezette analyse en bij nieuwe onderwerpen kan worden gedacht aan variatierekening, tensoranalyse, moderne algebra en groepentheorie.

Al deze denkbeelden kunnen slechts worden vervuld na innig overleg tussen alle betrokken docenten. Ik meen, dat wij in dit opzicht op de goede weg zijn en dat het contact tussen techniek en wiskunde aan deze hogeschool op verheugende wijze is toegenomen en wijs in dit verband ook op de gelukkige omstandigheid, dat de mathematici bij promoties steeds meer worden ingeschakeld. Geheel bevredigend is de toestand nog niet en ik kan mij niet aan de indruk onttrekken, dat de samenwerking tussen de technici en de wiskundigen nog niet veel intensiever is dan die van de technici onderling.

De tendentie van mijn betoog is, dat de wiskunde de gehele opleiding veel meer zal moeten doordringen. Trek daaruit niet de conclusie, dat de caesuur, die bij ons programma aan het einde ligt van het tweede studiejaar, zou moeten verdwijnen. De differentiatie tijdens de wiskundige propaedeuse zal binnen zekere grenzen moeten

blijven en onafhankelijk van de leerstof zal het onderwijs in de eerste jaren toch steeds een bijzonder karakter moeten dragen, gezien de jeugd van de student.

De rijping tot zelfstandig oordeel en verantwoordelijkheidsbesef en tot vatbaarheid voor wezenlijk hoger onderwijs is een proces, dat zich geleidelijk voltrekt. De propaedeuse zal immer ook een selectief element blijven bevatten zolang ons geen betere middelen worden geboden om de geschiktheid voor hogere studie te toetsen. Wij zullen er naar moeten blijven streven om hem, die de propaedeuse doorstaat, een tot de eenheid naderende kans te bieden zijn studie te voltooien. Geheel in overeenstemming met dit denkbeeld heeft onze Senaat, in het belang van de student, maatregelen voorgesteld ten aanzien van de propaedeutische examens. Dat daarbij, alle misverstanden ten spijt, de bedoeling hem leidde, de essentiële kenmerken van het hoger onderwijs niet aan te tasten, maar juist integraal te handhaven en te verzekeren moge nog eens hieruit blijken, dat bij niemand zelfs de gedachte is opgekomen deze maatregelen tot het vervolg der studie uit te breiden.

Een scheidslijn dus nog steeds aan het einde der voorbereidende jaren. Geen scheidslijn langer voor de docent in de wiskunde, die verlost wordt uit de afzondering, waarin de aanvankelijke toestand hem plaatste en die zich trouwens in partibus infidelibus zeer goed blijkt thuis te voelen. En het is merkwaardig, dat ook de geographische symboliek, die ik U schetste, zich langzamerhand aan de nieuwe situatie gaat aanpassen. Werden niet in het afgelopen jaar na een langdurig administratief tournooi althans enkele wiskundekabinetten door zwakstroomgeleidende draden verbonden met de vitale delen dezer technische gemeenschap? Wanneer thans de mathematici van de tinnen hunner imaginaire ivoren torens aan de Jaffalaan de blik landwaarts richten, ontwaren zij op korte afstand de zeer reële betonnen omwentelingshyperboloïde van het nieuwe gebouw der physische technologie

Nu gij de bereidheid verneemt van de wiskundigen om zich veel meer dan vroeger te plaatsen op het standpunt der dienstbaarheid, zoudt gij misschien geneigd zijn de zuivere wiskunde uit hun leeropdracht weg te laten en het verschil in geestesgesteldheid, dat hen van de technici scheidt als een historische curiositeit te beschouwen. Gij zoudt U deerlijk vergissen; gij zoudt de wiskundige ontzenuwen als gij hem van het spel beroofd. Immers gij hebt het recht en de plicht om van hem meer te verwachten dan het leveren van wiskunde op bestelling, gij eist ook van hem, dat hij het vak zijner keuze onderwijst met geestdrift en overgave, dat hij het naar mate

van zijn krachten onbelemmerd ontwikkelt in de vrijheid van onderzoek, die ons allen zo dierbaar is. En dan is er maar één gevolgtrekking: gij moet hem laten spelen. Spelen niet alleen in *sleepless nights and wakeful hours*, maar als integrerend deel van de taak, die gij hem opdraagt. En dan zult gij hem dingen zien doen, waarvan gij het nut betwijfelt en die ook niet als nuttig bedoeld zijn. Gij kunt U desgewenst troosten met de op ervaring steunende gedachte, dat zijn resultaten, hoe dan ook, later nog van nut kunnen blijken, maar gij zult hebben te aanvaarden, dat een deel van wat hij doet een „bezigheid (is) met haar doel in zichzelf, begeleid door een gevoel van spanning en vreugde en door een besef van anders zijn dan het gewone leven”. Gij maakt U bezorgd en meent in de wiskundige aan een technische hogeschool een Janus met een dubbel voorhoofd te zien; misschien denkt ge aan een Dr Jekyll, die als een brave burger van elke functie de differentieerbaarheid, van elke differentiaalvergelijking de oplosbaarheid stilzwijgend aanvaardt en als Mr Hyde zich overgeeft aan een orgie van axiomatic, existentietheorema's en pathologische topologieën. Stel U gerust, hij is zich de tweeslachtigheid van zijn taak welbewust en deze vormt voor hem een aantrekkelijkheid; hij beseft, dat hij een evenwicht heeft te zoeken tussen volkomen gespeel en honderd-procentige nuttigheid. En hij herinnert zich de kleine Alice in Wonderland, van wie ons wordt verteld, dat she was fond of pretending to be two people.

Wanneer zij die over de Technische Hogeschool zijn gesteld en die ik hier epiphanisch aanwezig zie, aan gene zijde van onze wiskundige timber-town straks een nieuwe school gaan bouwen, zullen de mathematici in hun zachtmoedige bescheidenheid slechts weinig wensen uiten. Zij zullen er zeker niet op aandringen, dat bij de afbraak van het Jaffacomplex een klagmuur worde uitgespaard. Zij hebben nauwelijks wensen van materiële aard, maar zij verwachten, dat de organisatorische opbouw zo zij, dat hun speelruimte wordt gelaten, want er zal in de toekomst geen wiskunde zijn, ook geen toegepaste wiskunde, als in het heden het spel wordt gebroken. De mathematici kunnen daartegenover stellen de belofte, dat zij hun apartheid zullen laten varen en er naar streven hun vak te voegen in groter verband tot een harmonisch geheel.

Daartoe zullen zij hun spelneigingen moeten terugdringen. En nu zou er een ogenblik plaats kunnen zijn voor sombere gedachten. Immers wij herinneren ons dat Huizinga de onderdrukking van het spelelement zag als een achteruitgang der cultuur. Onze gedachten gaan ook terug in de historie en wij zien enkele momenten zich opdringen, die met onze situatie vergeleken kunnen worden.

Wij zien in de Oudheid de figuur van Archimedes, wiskundige en technicus in een volledige harmonie, die ons ideaal dunkt en wij zien hem of de legende ziet hem ingeschakeld in het verzet tegen de Romeinse invasie; wij ontwaren Simon Stevin, wiskundige en ingenieur, die zich in dienst stelt van de krijgsman Maurits; wij zien Gaspard Monge, wiskundige en vestingbouwer, tijdens de Terreur dat bewonderenswaardige instituut stichten der Ecole polytechnique, die de officieren vormde voor wat ging komen; wij weten, dat enige jaren geleden in de Verenigde Staten een rijzenis der toegepaste wiskunde plaats vond, die waarlijk verbijsterend is en geboden werd door de eisen der totalitaire oorlogsvoering. De gemene deler van deze voorbeelden kan ons met neerslachtigheid vervullen. Maar gaan wij ze nog eens na en leggen wij het accent iets anders, dan komen wij tot de positieve conclusie, dat de wiskundigen hun spel hebben kunnen staken als de nood van de tijd dat gebood en dat zij hebben beseft, dat er plichten bestaan, waarvoor neigingen hebben te wijken. Er kunnen voor ons land en voor onze hogeschool nog moeilijke jaren komen. Zo nodig zullen ook de wiskundigen zonder aarzeling, zij het met weemoed, de formule aanvaarden, die de Ouden heeft gericht: eerst leven, dan filosoferen; eerst leven, dan spelen. Ik zou echter niet gaarne met deze woorden willen eindigen en maak daarom gebruik van de niet geheel toevallig verkregen gelegenheid om een verzuim goed te maken. Van de relatie tussen wiskunde en techniek heb ik namelijk zeer onvolledig getuigd en ik vrees, dat de indruk kan zijn gevestigd, dat daarbij de techniek vraagt en de wiskunde geeft, dat de eerste bijstand behoeft en door de ander bedeed wordt uit een spelenderwijs ontstaan arsenaal van methoden en resultaten, doelloos ontwikkeld en slechts bij toeval nuttig. De technici weten wel beter: zij hebben te dikwijls ervaren, dat de wiskunde zwijgt op hun vragen of in een taal antwoordt, die zij niet verstaan. Maar de wiskundigen weten nog iets anders: zij zijn zich bewust dat vele van hun meest belangwekkende onderzoekingen hun oorsprong vinden in vraagstukken, die door de werkelijkheid zijn gesteld, dat zij verscheidene problèmes plaisans et délectables aan anderen danken, dat zij hebben gespeeld met begrippen, die hun fantasie en hun behoefte aan uitweiding en generalisatie hebben geweven om een concrete en tastbare kern en dat de toepassing niet een toevallig gevolg is van de theorie, maar de laatste de abstractie van uit de ervaring verkregen gegevens. Daarom wil de wiskunde thans de aangeboren neiging onderdrukken om een éloge te houden op zichzelf, maar getuigen van de dank voor veel wat ook de techniek haar heeft geschonken. En als gij mij kunt vergeven,

dat ik over techniek en wiskunde sprekende het beeld heb gebruikt van een huwelijk met de linkerhand, dan zult gij met mij instemmen, dat deze morganatische verbintenis er tenslotte een is in volle gemeenschap van goederen en dat zij steunt op de genegenheid, die wij kennen als de meest innige, de genegenheid van het niet buiten elkaar kunnen en van het zonder elkaar niet kunnen leven.

KORT VERSLAG VAN DE ALGEMENE VERGADERING VAN WIMECOS OP 3 JANUARI 1952.

In deze vergadering zijn achtereenvolgens de Notulen van de vorige vergadering, het Jaarverslag van de Secretaris en het Financieel Verslag van de Penningmeester goedgekeurd. De contributie werd vastgesteld op f 5.50. Op voorstel van de Kascommissie werd de Penningmeester gedechargeerd.

Tot leden van de Kascommissie werden de H.H. G. A. J. Rooth en G. Boost benoemd.

Het verslag van de Portefeuillecommissie wees een nadelig saldo aan. In verband hiermee werd door de Voorzitter er bij de leden op aangedrongen, zich als lid voor de Portefeuille op te geven. Zestien nieuwe abonnementen werden opgegeven.

De aftredende Bestuursleden Dr Joh. H. Wansink en Ir J. J. Tekelenburg werden herkozen.

De aangekondigde lezingen werden gehouden. Daar deze in extenso in Euclides worden gepubliceerd, wordt hiernaar verwezen.

De Secretaris

Ir J. J. Tekelenburg.

MEDEDELING VAN HET BESTUUR VAN L.I.W.E.N.A.G.E.L.

Het bestuur van L.i.w.e.n.a.g.e.l. ontving het navolgende schrijven:

In het vorige nummer van Euclides vonden wij de notulen afgedrukt van de vergadering van de groep Liwenagel in het Eykmanhuis te Driebergen op 31 Augustus 1951. Daarin wordt op afbrekende wijze gesproken over het rapport van de tweede afdeling van de Onderwijsraad aangaande het wiskunde-onderwijs in de α -afdeling van het gymnasium. Gaarne zouden wij hier enige toelichtingen aan toevoegen.

Door Dr Bunt en enige wiskunde-leraren is enkele jaren geleden het plan opgevat te trachten toestemming te verkrijgen tot het nemen van een proef om wiskunde-onderwijs in de α -afdeling te geven, dat van het traditionele programma afwijkt. Toen kort daarop het rapport Liwenagel verscheen, werd besloten de proef conform dit rapport uit te voeren, indien toestemming verkregen zou worden. In verband hiermee heeft Dr Bunt zich gewend tot Dr Dijksterhuis met het verzoek deze pogingen te willen steunen. Enige tijd later verscheen het rapport van de Onderwijsraad.

Van het bovenstaande is door Dr Bunt mededeling gedaan in de vergadering van Liwenagel. Hierdoor viel een nieuw licht op het rapport, ten minste dat meenden wij.

De voorzitter had te voren de vergadering voorgesteld haar mening te formuleren in die zin, dat de vergadering de verschijning van het rapport zou betreuren. Dr Bunt was van mening, dat men, indien men het ten dele eens is, beter doet elkaar aan te vullen dan elkaar te bestrijden. Daarom verzocht hij de vergadering op het rapport ongeveer op de volgende wijze te reageren: „De vergadering van Liwenagel heeft met waardering kennis genomen van het rapport van de Onderwijsraad. Ook zij acht proefnemingen in de voorgestelde richting gewenst. Zij zou het echter betreuren, indien proefnemingen aangaande reorganisatie van het wiskunde-onderwijs in de α -afdeling beperkt zouden moeten blijven tot de in het rapport genoemde onderwerpen.”

Ondergetekenden waren het hier ten volle mee eens. Zij hebben in de mening verkeerd, dat de verklaring van Dr Bunt de mening

van de vergadering deed veranderen. U zult begrijpen, dat wij aanvankelijk met verbazing van de inhoud van de notulen kennis namen. Gelukkig is ons na een bespreking met twee van Uw bestuursleden gebleken, dat hier van een misverstand over en weer sprake is. Gaarne brengen we langs deze weg alsnog Uw bestuur ter kennis, dat wij het geheel met de zienswijze van Dr Bunt eens zijn.

H. J. BOOM.

CATH. FABER—GOUWENTAK.

H. MOOY.

P. G. J. VREDENDUIN.

Het Bestuur van Liwenagel tekent hierbij het volgende aan:

Uit de bespreking, die twee bestuursleden met de Heren Bunt en Vredenduin mochten hebben bleek, dat laatstgenoemde Heren van mening waren, dat het Rapport van de Onderwijsraad niet in conflict behoeft te zijn met het in 1950 verschenen Rapport van Liwenagel betreffende het wiskundeonderwijs in de α -afdelingen van de Gymnasia en de Gymnasiale afdelingen der Lycea. Men moest dan echter het Rapport van de Onderwijsraad zien als een nadere uitwerking van enkele der in lijst C van het Liwenagel-rapport vermelde facultatieve onderwerpen.

Met instemming neemt het bestuur van deze interpretatie kennis en constateert met genoegen dat ook de Onderwijsraad er op aandringt, dat het Wiskundeonderwijs in de α -afdeling in andere banen wordt geleid.

Nochtans handhaaft het bestuur de reeds in de notulen tot uitdrukking gebrachte bezwaren tegen het te sterk historische karakter van het Rapport van de Onderwijsraad. Het Bestuur meent n.l. dat proefnemingen op ruimer schaal genomen dienen te worden.

Namens het Bestuur van Liwenagel.

Dr A. T. M. KRAMER,
secretaresse

J. WILLEMSE,
voorzitter

Kruisbessenstraat 12. Den Haag.

HET LEERBOEK EN DE LERAAR IN HET WISKUNDE-ONDERWIJS ¹⁾.

door

Dr JOH. H. WANSINK.

1. De ontevredenheid met de inrichting van onze wiskunde-boeken, in het bijzonder van onze meetkunde-boeken, is al van oude datum. In een boekbeoordeling van het jaar 1914 schreef Manoury:

„... En wat ons meetkunde-onderwijs is?

Een gruwel.

Onze meetkundige leerboeken en onze meetkundige methodes zijn een gruwel voor het aangezicht der wiskunst. Wat jammer is, maar niet zo heel erg. Ze zijn echter ook een gruwel voor het aangezicht van het grös onzer leerlingen.

En dat is erg.”

Geldt dit oordeel nog?

Voor een gefundeerd antwoord op deze vraag missen we node de resultaten van een kritisch onderzoek naar de bij ons V.H.M.O. in gebruik zijnde leerboeken. Bij zo'n onderzoek zou er van een bepaalde doelstelling van ons wiskunde-onderwijs moeten worden uitgegaan, terwijl de uitkomst van het onderzoek in hoge mate afhankelijk zou zijn van de criteria van didactische, methodische, denkpsychologische en sociologische aard, die erbij zouden moeten worden gebruikt. Zo'n onderzoek is bij mijn weten nimmer uitgevoerd. Het zou dunkt me een geschikt werkobject vormen voor de didactische practica bij onze leraarsopleiding.

Is men in het buitenland verder dan bij ons?

In België bestaat een door de Minister van Onderwijs ingestelde Commissie, die heeft uit te maken welke boeken bij het Middelbaar Onderwijs wèl, en welke niet zullen mogen worden gebruikt. Ze draagt de naam van „Verbeteringsraad voor het Middelbaar Onderwijs”. Ik kan U naar aanleiding van verkregen inlichtingen desgewenst aangeven, hoe deze Commissie functioneert. Het meest

¹⁾ Inleiding, gehouden op het Derde Conferentie-weekend van de Wiskunde-werkgroep van de W.V.O., op 11 November 1950, in „de Grasheuvel” te Amersfoort.

benieuwd was ik naar de criteria, op grond waarvan daarginds de goed- of afkeuring wordt uitgesproken, maar deze heb ik niet kunnen achterhalen. Bestaan deze criteria, of is de beoordelaar er geheel vrij bij het vaststellen van zijn oordeel? Ik heb de stellige indruk, dat geen objectief criterium, maar persoonlijke waardering bij het eindoordeel de doorslag geeft.

Kan en mag het op dit moment wel anders?

Wat voor objectieve criteria buiten de uiteraard vage school- en eindexamenprogramma's staan er tot onze beschikking?

Een wetenschappelijk verantwoorde grondslag voor de keuze van de leerstof ontbreekt nog vrijwel geheel. Wat er onderwezen zal moeten worden uit nuttigheidsoverwegingen, uit culturele overwegingen, op ideële gronden, op sociale gronden, wacht nog op onderzoek, ook bij ons Wiskunde-onderwijs. Op welk moment een bepaalde leerstof dient te worden behandeld, wat van psychologisch standpunt beschouwd de meest aanbevelingswaardige methode is, zijn nog onbeantwoorde vragen. Het gevolg is, dat bij een bespreking van onderwerpen als het hier aan de orde gestelde, meer sprake zal zijn van het verkondigen van meningen en inzichten, dan van het verdedigen van stellingen, waarvoor overal voldoende bewijsmateriaal aan te voeren zou zijn. Er zal m.a.w. in deze voordracht een sterk subjectief element aanwezig zijn.

Dit is blijkbaar ook door het Bestuur van te voren zo ingezien. Immers, het Bestuur heeft het gewenst geacht naast mijn inleiding een tweede te stellen, waarvan het te verwachten is, dat ze een andere subjectieve kijk t.a.v. de problemen zal geven, als inleiding tot een discussie die morgen een symphonie van subjectieve geluiden te horen moge geven.

Niet het pro- en contra van enige scherp geformuleerde stellingen, zult U horen, maar meningen — meer of minder gefundeerd — over een slechts vluchtig aangegeven problemencomplex.

Een essentieel punt van verschil tussen de Heer van Hiele en mij is allereerst onze zeer verschillende persoonlijke ervaring. Ik heb mijn leven lang les gegeven in klassikale scholen, hij werkt in een niet-klassikale school, en onze beide standpunten zullen zeker mede door die persoonlijke ervaring zijn beïnvloed ¹⁾.

2. Met de titel: „het leerboek en de leraar in het Wiskunde-Onderwijs” wordt in feite de gehele methodiek en didactiek van ons

¹⁾ Het verslag van de lezing van Drs P. M. van Hiele is opgenomen onder de titel „Het leerboek en de docent bij het wiskunde-onderwijs” in het Februarinummer 1951 van het Tijdschrift „Vernieuwing van Opvoeding en Onderwijs” (no 81, blz. 131 e.v.).

vak aan de orde gesteld. Immers, zo goed als elk probleem dat met methodiek te maken heeft, kan men laten ressorteren onder het hoofd „het boek” en zo goed als elk probleem dat met didactiek te maken heeft, kan men laten ressorteren onder het hoofd „de leraar”. Zelfs als ik mijn opdracht zou trachten in te perken door de leraar eruit te elimineren, zou hetgeen ik te zeggen heb, er niet van betekenis door inkrimpen; immers, een verantwoorde behandeling van de plaats van het leerboek in ons onderwijs zonder te spreken over de wijze, waarop het boek gebruikt zou moeten worden, is niet wel denkbaar.

3. Ik acht in ons onderwijs de leraar van meer centrale betekenis dan het leerboek. Dit schijnt, speciaal t.a.v. de wiskunde, een aanvechtbare stelling. In de wiskunde toch kan men gemakkelijker dan in menig ander vak als autodidact vooruit komen. Psychologisch zou men kunnen verdedigen dat ieder mens autodidact is; geen leermeester kan het eigenlijke leerproces van zijn leerling voor deze verrichten; hij kan slechts helpend optreden. Laat ik „autodidactisch studeren” nader omschrijven als „studeren zonder leraar, met gebruikmaking van materiele hulpmiddelen zoals leerboeken.” Kan echter een leerling wel ooit de leraar (de studieleider) totaal missen? Wat de keuze van de te gebruiken leerboeken betreft is de op zelfstudie aangewezen mens toch stellig van raad en voorlichting van anderen afhankelijk. Het opmaken van de lijst der te bestuderen boeken is nimmer het werk van de leerling zelf! Hier hebben we als benedengrens van de taak van de leraar het aanwijzen van de door te werken boeken. Onze scholen zijn echter nimmer verzamelingen van autodidacten in de door mij aangegeven zin en de taak van ieder leraar zal dan ook steeds boven het aangewezen minimum uitgaan.

Welke is de naastliggende taak voor de leraar?

Die van controle en diagnose.

Het is de leraar die heeft uit te maken, of een stuk leerstof door de leerling voldoende is verwerkt, of deze bepaalde delen nog eens over zal hebben te doen, of hij naar een volgende klas of afdeling zal kunnen worden bevorderd. De intelligente leerling zal vaak de beslissing van de leraar wel kunnen voorspellen, maar de beslissing zelf en de verantwoordelijkheid voor die beslissing komen principieel voor rekening van de leraar en niet voor die van de leerling.

Het leerboek kan hier helpend optreden door speciale series opgaven op te nemen die de zelf-diagnose voor de leerling vergemakkelijken. Te vaak nog zijn de herhalingen in onze leerboeken louter verzamelingen van opgaven van zeer uiteenlopende moeilijkheid,

waaruit de leraar bij een proefwerk kan putten en waarop de ijverige leerling zich zal oefenen. Ik bedoel echter „scholastic tests”, series van betrekkelijk eenvoudige opgaven, die door een leerling die het voorafgaande heeft begrepen en verwerkt, in een vastgestelde tijd moeten kunnen worden gemaakt. Opgaven, die niet het inventief vermogen, maar het reproductief vermogen en het kritisch vermogen van de leerling op de proef stellen. Opgaven, die niet wiskundige aanleg, maar wiskundige kennis peilen.

Hier ligt nog een stuk arbeid voor auteurs van leerboeken. Hier ligt nog een gebied vrijwel braak voor teamwork. Immers het gaat er niet om een stel opgaven te ontwerpen dat qualiteiten bezit in het oog van één persoon, i.c. de auteur; het is te doen om door een zo groot mogelijke groep van leraren aanvaarde criteria. Om minimumeisen voor de overgang tot een volgend hoofdstuk, voor de toelating tot een hogere klasse.

Na de diagnose komt de therapie.

Is er eenmaal geconstateerd, wat er aan kennis en inzicht ontbreekt, dan moet er een werkplan worden opgesteld om de tekorten te doen aanvullen. Het is duidelijk, dat bij het schrijven van een recept het gebruik van een leerboek de taak van de studieleider aanmerkelijk kan verlichten. Het ontslaat de leraar van de plicht, de te bestuderen theorie en de te maken vraagstukken voor de individuele leerling individueel op te schrijven. Hij kan naar een leerboek verwijzen, een leerboek dat in zekere zin daarbij fungeert als apotheek. De leerling zal er een en ander uit tot zich te nemen hebben — op voorschrift van de leraar. Zelden zal daarbij een leerboek op de voet kunnen worden gevolgd: op den duur trouwens het slechtste gebruik dat zich van een leerboek laat denken. De leraar zal in telkens variërende omstandigheden kunnen uitspreken wat het ideale gebruik is dat van het leerboek zou kunnen worden gemaakt. De te volgen weg waarlangs het didactisch hulpproces zal moeten verlopen van te voren in het boek geheel vast te leggen, brengt gevaar van verstarring mee.

4. De leraar is voor het onderwijs van meer essentiële betekenis dan het leerboek. Een perfect boek kan, als het door een ondeskundig leraar wordt gebruikt, een gering nuttig effect opleveren; een slecht boek kan onder leiding van een ervaren docent nog wel een nuttig rendement geven.

Eén van de voor de hand liggende correctiemiddelen, waarover de leraar beschikt; als het gebruikte boek hem niet aanstaat, is het dictaat. Een gemakkelijk te hanteren, dikwijls onmisbaar hulp-

middel, dat echter zodra het in het onderwijs een wat ruime plaats gaat innemen, licht tot een funest hulpmiddel ontaardt. Welke zijn de bezwaren die tegen het dictaat zijn aan te voeren?

- a. Het dicteren neemt veel tijd in beslag, waarbij de leerling geestelijk slechts in beperkte mate actief behoeft te zijn; een belangrijk deel van de toch reeds krap toegemeten tijd voor het eigenlijke wiskunde-onderwijs wordt door het dicteren aan dit onderwijs zelf onttrokken.
- b. Het is uitermate moeilijk de leerstof, die de leraar ter vervanging van minder-waardige leerstof uit het leerboek in de cahiers der leerlingen overgebracht wil zien, feilloos in die cahiers te krijgen. De leerlingen, speciaal die der lagere klassen, zijn niet in staat in een vlot tempo gedicteerde zinnen op te nemen. Om erge fouten te voorkomen dient de leraar dat wat hij dicteren wil, op het bord te schrijven om het daarna te laten overnemen. Beter nog is hectograferen of cyclostileren. De contrôle, of het dictaat tenslotte wel goed in de schriften staat, schiet er zeer gemakkelijk bij in. Een dictaat heeft vaak het aspect van een ongecontroleerde drukproef.
- c. Op grond van deze bezwaren is een dictaat als studiemateriaal vaak van inferieure kwaliteit. Maar ook in de gevallen, waarin de leraar erin slaagt het dictaat tip-top in orde te brengen, stelt de duurzaamheid van dit goede dictaat teleur. Hoe is het na enige maanden, als er door een deel der klasse andere cahiers in gebruik zijn genomen? Hoe over een jaar in een volgende klasse, met een aantal nieuwe leerlingen erbij, die ander vooronderwijs hebben genoten en over de desbetreffende dictaten niet beschikken? Elke verwijzing naar dat oude dictaat geeft dan verwarring, zowel bij de leerlingen die de oude aantekeningen niet meer hebben, als bij hen die ze nooit gehad hebben.

Deze bezwaren gelden het dictaat ter vervanging van brokken leerstof, niet b.v. gedicteerde model-oplossingen en opmerkingen over detailkwesties. Deze zal de leraar met vrucht in zijn onderwijs kunnen inlassen zonder dat de geschetste vrees voor verwarring hoeft te ontstaan. Ook wegen de bezwaren in de hoogste klassen minder zwaar dan in de laagste. Daar kan het zelfs voorkomen, dat men de leerlingen in de gelegenheid wil stellen zich te oefenen in het opnemen van dictaat, dat bij het hoger onderwijs een jaar later voor hen van zoveel betekenis kan worden. Zonder dat ik daarmee nog veel goeds gezegd wil hebben van dit universitaire systeem van dictaat maken.

5. Aan de bruikbaarheid van een leerboek stellen we de volgende eisen:

- a. het moet de voorgeschreven leerstof bevatten en deze zó behandelen, dat er voor de leraar een aanvaardbaar compromis ontstaat tussen de eisen van de vakwetenschap en die van de methodiek en didactiek der wiskunde;
- b. het boek moet zo zijn ingericht dat de leraar het kan gebruiken bij zijn pogingen om de zelfwerkzaamheid van de leerlingen op te voeren; in verband hiermee is de vraagstukkenverzameling te beschouwen als een zeer essentieel deel van elk schoolboek voor wiskunde;
- c. de taal van het leerboek moet aan redelijke eisen voldoen:
 - 1°. met het oog op de zuiverheid van het Nederlands (eisen van stijl en spelling);
 - 2°. met het oog op het kinderlijk bevattingsvermogen;
 - 3°. met het oog op de wiskundige vaktaal; in het bijzonder moet blijken, dat de auteur van het boek oog heeft voor de moeilijkheden die gelegen zijn in het feit, dat het kind naast de gewone taal over wiskundige onderwerpen ook nog de taal der formules en die der figuren moet leren verstaan;
- d. de tekst van het leerboek en de figuren moeten typografisch verantwoord zijn, en het boek moet tegen een redelijke prijs in de handel worden gebracht.

6. Onder de voorgeschreven leerstof versta ik die welke op grond van de leerprogramma's, de eindexamenprogramma's en de inspectoriale circulaire's op onze scholen dient te worden onderwezen. In welke volgorde en op welke wijze de voorgeschreven theorie in het boek wordt behandeld, is een zaak van de auteur en niet van het program.

Ik acht het gewenst, dat de auteur laat uitkomen, welke delen van de leerstof in zijn oog minder belangrijk zijn en bij een program herziening z.i. behoren te verdwijnen; hij kan hierdoor naar zijn vermogen die herziening helpen beïnvloeden. Het is minder bezwaarlijk, wanneer het boek iets teveel leerstof bevat dan te weinig. Het is eenvoudiger sommige stukken over te slaan, dan ontbrekende erbij te geven, in verband met het tijdrovende dicteren.

Door de steeds dreigende overbelasting van onze leerlingen is er weinig effect te verwachten van pogingen tot opname van niet verplichte stukken leerstof in onze gewone schoolboeken (voorbeelden: boldriehoeksmeting; statistiek).

Ook het streven naar methodische en didactische volledigheid kan over de schreef gaan. Er zijn auteurs, die door een te sterke volledighedsdrang hun boeken op ontoelaatbare wijze doen uitdijen. Ook al worden dan door sterretjes alle paragrafen en vraagstukken die gevoeglijk kunnen worden overgeslagen, nauwkeurig aangeduid, dan is toch daarmee het gevaar voor overlading nog niet bezworen. Bovendien: de uitgever laat de koper van het boek voor het hele menu betalen, ook al wenst deze uitsluitend á la carte te dineren.

Om enkele voorbeelden te noemen: het boek van Schuh en Van Trotsenburg „Leerboek der Mechanica voor het Middelbaar Onderwijs” geeft in een omvang van 323 bladzijden met ruim 600 vraagstukken stellig te veel, evenals Schogt in zijn tweedelige „Beginselen der Theoretische Mechanica”, waarvan de omvang 450 pagina's en 900 vraagstukken overschrijdt.

Men begripe mij echter niet verkeerd; dunne boeken zijn stellig niet altijd het eenvoudigst. Ze kunnen meer commentaar vereisen dan dikkere.

7. Mijn eis dat een leerboek de voorgeschreven leerstof moet bevatten, beschouw ik voornamelijk als een eis van methodiek, van systematiek, niet als een eis van didactiek.

Ik acht het practisch onmogelijk, maar ook ongewenst, dat het leerboek de stof geeft in dezelfde vorm waarin deze leerstof in de klasse aan de leerlingen wordt voorgezet. Bij zijn mondeling onderwijs dient de leraar zijn didactische vrijheid te behouden.

De les heeft het karakter van het „éinmalige”, van het steeds weer andere; het boek heeft het karakter van het blijvende, het onveranderlijke, dat telkens weer aan de orde gesteld zal moeten worden.

Om een zo hoog mogelijk nuttig effect van zijn onderwijs te bevorderen, moet de leraar de gelegenheid hebben rekening te houden met de steeds wisselende behoeften van zijn klasse. Opmerkingen van de leerlingen dienen de les wezenlijk te beïnvloeden. Zijn alle stappen die al onderwijzende moeten worden gedaan, a priori vastgelegd, dan krijgt men een verstard procédé, een gereglementeerde instructie, die me in gedachten terugvoert naar de van onderwijskundig standpunt door mij niet geapprecieerde militaire instructie uit mijn jeugd. De weg, die de ene maal bij uitstek juist blijkt te zijn, kan een volgende maal, in een parallelklasse, in een volgende cursus, wel weer verlegd moeten worden. In een leerboek voor de jeugd kan en mag men niet alle wegen opsommen, die naar het doel

leiden. Hiernaar zou men, niet in een leerboek voor de leerling maar in een handboek voor de leraar, misschien kunnen streven.

Een leerboek voor wiskunde, dat een betrouwbaar beeld geeft van de behandeling in de klasse, is me tot dusver niet bekend. Het lijkt me ook niet mogelijk het te maken. Zelfs de hulp van een geluidsfilm is ontoereikend; ook deze geeft slechts wat eenmaal in bijzondere omstandigheden was.

Het leerboek geve de leerstof voor onze scholen in de vorm, waarin de leerling deze stof na de behandeling ter bestudering in handen dient te krijgen. Zonder overtolligheden die de aandacht afleiden, zonder onvolkomenheden die de exactheid schaden.

Deze eis houdt o.a. in: geen gekeuvel in het leerboek!

8. Een leerboek mag niet de vorm aannemen van een schriftelijke les. Dit verklaar ik met volle waardering voor sommige schriftelijke lessen. Maar een goede schriftelijke les dient aan te sluiten bij een of ander leerboek. Ik heb ernstige bezwaren tegen een radicale vermenging van de gehele wiskundige theorie en het volledige didactisch commentaar. Wie een deel van de taak van de leraar door het leerboek wil laten overnemen (en daar kunnen respectabele motieven voor bestaan) splitse wat men nu leerboek der wiskunde noemt, in twee delen:

- a. een beknopte, zakelijke, zo exact mogelijke theorie der wiskunde;
- b. een daarbij passend didactisch commentaar.

Welke rol kan het gedrukte didactische commentaar spelen in een periode van onze geschiedenis, waarin het onderwijs, ook het voortgezet onderwijs op weg is van een voorrecht voor enkelen te worden tot een recht voor allen, en waarin de onderwijsvorm, die het best bij de individuele behoeften van de enkeling is aangepast, de privé-leraar, voor de leerling steeds meer tot onmogelijkheid wordt?

Een eerste fase op de weg naar massa-onderwijs is geweest de klassikale school, economisch veel efficiënter dan het zo juist bedoelde privé-onderwijs. De klassikale school, die bezig is zich zelf te herzien onder de druk van een voornamelijk psychologisch georiënteerde kritiek in de laatste decennia.

Een volgende fase zou kunnen zijn: uitbreiding van het onderwijs per radio, naar behoefte aangevuld met televisie. Er zijn streken, o.a. afgelegen oorden in Australië, waar door de verspreiding van de bevolking de radio effectief in het onderwijs kan worden ingeschakeld. Voor ons in Nederland zou de door mij bedoelde vertechnering paedagogisch een schrikbeeld betekenen. In een tijd van voort-

gezette mechanisatie van het onderwijsproces zou ik stellig naar het gedrukt didactisch commentaar grijpen als tegenwicht tegen de gevaren van een te gecentraliseerde instructie. Denkt U zich maar eens in: één televisie-voordracht over de stelling van Pythagoras voor alle leerlingen van de tweede klassen van de middelbare scholen in Nederland. Zo kan ik me ook voorstellen, dat velen thans reeds het didactisch leerboek te hulp menen te moeten roepen als tegenwicht tegen de gevaren van de in hun ogen door klassikale instructie nu reeds te zeer gecentraliseerde onderwijsvorm. Waarom ga ik met hen die zo redeneren niet mee?

Omdat ik als ideaal voor ogen heb dat het didactisch commentaar aangepast is aan de naar tijd en plaats wisselende behoeften van de leerlingen. En omdat ik de overtuiging heb, dat de leraar in staat is in zijn klassikale mondelinge lessen, als hij een goed uitlegger is, als hij de kinderlijke moeilijkheden begrijpt, en steeds genegen is op deze moeilijkheden welwillend te reageren, als hij een methode heeft gevonden om de kinderen actief in het onderwijsproces te betrekken, in staat is een beter onderwijs te geven dan door een onpersoonlijk boek ooit mogelijk zal blijken te zijn.

9. Wat ik de theorie der wiskunde heb genoemd is geenszins bedoeld als een verdund aftreksel van een vakwetenschappelijk boek. De tijd is gelukkig voorbij, dat men in Nederland boeken schreef, die tegelijk voor volwassenen en voor kinderen bestemd waren. Tegenwoordig wordt ook de voor schoolgebruik geschreven theorie naar vorm en inhoud wezenlijk beïnvloed door het feit, dat ze geschreven is voor kinderen.

Elk boek zal een compromis betekenen tussen de eisen van wetenschappelijke strengheid enerzijds en van bruikbaarheid in de school anderzijds. Het is gewenst, dat de leraar bij het schrijven van een boek streeft naar een zo hoog mogelijk niveau van exactheid, maar daarbij voortdurend blijk geeft een open oog te hebben voor de kinderlijke moeilijkheden. Elk auteur zal weten, dat hij dit doel maar ten dele bereikt.

Sta me toe twee leerboeken te noemen, die naar verschillende zijden een extreem standpunt innemen en die ik beide als ontaardingsgevallen steeds ongeschikt heb geacht voor onze scholen.

Ik bedoel in de eerste plaats:

Schogt's Beginselen der Vlakke Meetkunde, een leerboek voor beginners, overeenkomstig de hedendaagsche inzichten in de Euclidische Meetkunde, Groningen 1929, 302 blz., met aansluitende oefeningen, 1449 opgaven, 167 blz.

Ik acht dit boek voor gebruik in onze scholen verwerpelijk, omdat het de aanschouwing tezeer versmaadt, de axiomatic te ver drijft, omdat de auteur in zijn streven geen essentiële moeilijkheden der wiskunde uit de weg te gaan of te verdoezelen, het kinderlijk begripsvermogen verre heeft overschat.

Nu mag weliswaar de wiskunde ernaar streven zich zoveel mogelijk onafhankelijk van alle aanschouwing te ontwikkelen, helemaal erbuiten kan ze niet en de leraar voor de klasse kan er helemaal niet buiten. Speciaal voor het planimetrie-onderwijs in de eerste klas is het streven naar een minimaal beroep op de aanschouwing een onvergeeflijke didactische blunder. Met de uitspraak Beth die overigens voor de kwaliteiten van het werk van Schogt een open oog heeft: „slechts weinigen zullen het boek kunnen gebruiken zonder weinig minder dan een misdaad aan de leerlingen te begaan”, ben ik het volkomen eens. Ter kenschetsing vermeld ik nog, dat het boek 18 axioma's bevat en 5 postulaten (voorts 266 stellingen en 24 werkstukken). Eerst in vraagstuk 805 komt het eenvoudige begrip hoekgraad aan de orde! Eerlijkheidshalve vermeld ik er even bij dat de grote propagandist voor een propaedeutische cursus in de planimetrie, Reindersma, het nog tot 11 axioma's bracht. In de jongste herdruk van zijn leerboek is het aantal echter tot 2 teruggebracht.

Als tegenhanger noem ik het oudste der mij bekende leerboeken, die radicaal de didactische orientatie verkiezen:

G. Wolda, Meetkunde in drie deeltjes, van opv. 110, 102 en 86 blz, Zwolle 1923. Het boek neemt het met de logica niet zo nauw, maar is er opuit de wiskundige intuïtie te doen ontwaken en als dat mogelijk is tot fijnere scherpste te brengen. Ik verwerp dit boek, omdat het systeem er geheel schuil gaat achter het didactisch commentaar. De leerling dient door een boek in de gelegenheid te worden gesteld zich een betrouwbaar beeld te vormen van het geheel der meetkunde, en dat mislukt bij Wolda.

10. Niet alleen voor de meetkunde, ook voor de algebra rijzen er de moeilijkheden verbonden aan het zoeken naar een compromis tussen systematische strengheid en didactische soepelheid.

De tijd is voorbij, dat men voor dit deel der wiskunde met een boekje met enkel vraagstukken meende te kunnen volstaan. Ik heb de indruk, dat men thans wel algemeen aanneemt, dat ook hier begrippen moeten worden aangebracht en een stuk theorie moet worden gegeven. De moeilijkheden komen, zodra men zich afvraagt, hoever men met die theorie mag gaan.

In een U allen welbekend ontwerp-program voor algebra n.l. dat

van de Wiskunde-werkgroep voor onderwijsvernieuwing, zie ik de volgende desiderata opgesomd:

K.G.V. en G.G.D.	zonder theorie;
hogere machtsvergelijkingen.	zonder een verfijnde theorie;
limieten.	geen ε -definitie; hoofdeigenschap-
	pen zonder bewijs; $\lim \frac{\sin x}{x}$ met
	bewijs;
benaderingen	geen aparte theorie.

Voorwaar een hutspot van didactische eisen, m.i. niet bestand tegen ernstige kritiek. Toch zit er achter deze geboden en verboden wel een gezonde gedachte verscholen: een algebra met theorie van zo hoog mogelijk opgevoerde strengheid is geen kinderkost. Dit betekent niet, dat we alle theorie zouden moeten schrappen; de noodzaak uitgesproken beweringen te bewijzen blijft. Men moet echter nimmer wiskundige waarheden apodictisch aan de leerlingen mededelen, als er een weg is waarlangs men die waarheden begrijpelijk kan maken. De bewijzen dienen echter, als ze voor kinderen begrijpelijk zullen zijn, aangepast te worden aan het kinderlijk bevattingsvermogen. De strengheid van de bewijzen zal dus in de loop der schooljaren monotoon met dat bevattingsvermogen mogen stijgen.

Wij leraren maken algebraïsche waarheden plausibel door meetkundige illustratie. Meetkundige waarheden maken we aannemelijk door „bij” te wijzen in plaats van te bewijzen. We doen een beroep op evidentie en op intuïtie. Wie uwer vindt het nodig ter bijbrenging b.v. van het begrip verwisselende binnenhoeken een analytische definitie te geven? We accepteren een overvloedig axioma (anders gezegd, we voeren een „didactisch” axioma in), zo dikwijls als we het tegenover het kinderlijk begripsvermogen verantwoord achten, b.v. de evenwijdigheid van lijnen bij gelijkheid van overeenkomstige hoeken en omgekeerd. Wij werken met ongedefinieerde begrippen (b.v. het begrip „tussen”) en deïnzzen er niet voor terug met limieten te werken vóór de δ - ε -definitie van limiet gegeven is. We schromen niet onvolledige inductie te gebruiken, en passen bijwijlen analogie-redeneringen toe.

Bij al deze „zwakheden” mag de leraar zich verder laten gaan dan het leerboek, dat toch in zekere zin altijd een „Musterbeispiel” blijft (Lietzmann). Onder één uitdrukkelijke voorwaarde: we moeten ons van onze tekortkomingen t.a.v. de strengheid terdege bewust zijn, en al onderwijzende de kritische zin van onze leerlingen

zo ontwikkelen, dat door hen de behoefte aan meer strengheid wordt gevoeld en grotere strengheid wordt geëist.

11. Eén van de centrale vragen van de moderne paedagogiek is die, hoe we de zelfwerkzaamheid van de leerlingen het doeltreffendst kunnen opvoeren. Nieuw is dit probleem natuurlijk geenszins; ook in de traditionele school weet men maar al te goed dat men er niet zonder leerlingen-activiteit komt. Echter werd in die school toch de activiteit van de leraar meer beklemtoond dan die van de leerling. De leraar was er primair, de leerling secundair. Hierin is verandering gekomen. Als gevolg van de gewijzigde inzichten is de behoefte gegroeid aan scholen in losser klasseverband. Maar ook de didactiek van de klassikale school is door de wijziging in de paedagogische inzichten beroerd. Ook hier wenst men de leerlingen meer actief in het onderwijsproces te betrekken. En wel op verschillende manieren:

- a. door het invoeren van speciaal voor dit doel geschreven werkschriften, die het zelf doen en het zelf vinden op de voorgrond schuiven, en de bestudering van klassikaal besproken theorie naar het tweede plan brengen, o.a. door extra zorg te geven aan constructies;
- b. door het opnemen in de gewone vraagstukkenverzamelingen van eenvoudige series vraagstukken, die door de leerlingen op school of thuis met geringe steun van de leraar kunnen worden gemaakt;
- c. door de stijl van het boek aan het kinderlijk begripsvermogen aan te passen;
- d. door een deel van de klassikale lestijd aan individueel werken te besteden, waarbij onderlinge hulp kan worden toegestaan.

De hier bedoelde activering heeft betrekking op het werk van ieder leerling afzonderlijk. Er is ook een activering van de groep in haar geheel, die in onze klassikale school van belang is. De leraar voor de klasse moet zijn lessen zo geven, dat hij het contact met ieder leerling afzonderlijk vasthoudt. Een taak die enige verwantschap vertoont met die van een dirigent van een orkest. De medewerking in een goede klassikale les van de kant van de leerlingen is niet passief maar actief. Uit onwelwillendheid of kwaadwillendheid wordt het werken in de klassikale school door sommigen in den lande wel eens scheef voorgesteld. Zo lees ik in „Wij Ouders en Opvoeders” van Dr A. de Vletter: „Weten onze lezers, dat bij de B.B.C. te Londen experimenteel is vastgesteld, dat dialogen, in het algemeen alle in-dramatische-vorm-gegoten beschouwingen, er beter in gaan bij jong en . . . oud dan voordrachten, dan onze schoollessen dus!?”

(4e jaargang, no 3, blz 20). Als men niet beter wist zou men bij het lezen van deze conclusie wanen met een outsider in het schoolleven te doen te hebben.

Het ontwikkelen van de kritische zin kan in de school mede door het klassikale onderwijs uitstekend tot zijn recht komen. De bespreking van leerlingenfouten uit huiswerk of proefwerk, door de leraar overzichtelijk geregistreerd, leent zich bij uitstek tot een klasseggesprek, waarin zo goed als alle leerlingen actief betrokken kunnen worden.

In tal van moderne boeken treft men opgaven aan, die zeer geschikt zijn om de activiteit van de leerlingen te prikkelen. Ik heb b.v. het oog op opgaven, waarbij de leerling een figuur heeft te tekenen en aan de hand hiervan, eventueel na het verrichten van enkele metingen, zelf moet uitmaken, wat hij vermoedt te kunnen bewijzen.

Het is ook mogelijk, dat men onder de schijn van prikkeling van de zelfwerkzaamheid van de leerlingen, de theorie bekort door moeilijke gedeelten van de theorie niet op te nemen, maar naar de vraagstukken te verschuiven. Het is mogelijk om op deze wijze een leerboek extra dun te houden, maar het gevaar ook goede leerlingen te deprimeren door hen voor een taak te stellen, die ze redelijkerwijze niet kunnen volbrengen, is niet denkbeeldig. Zo lijkt het me niet gewenst om de stellingen over de onderlinge stand van cirkel en rechte lijn (twee groepen van drie) en de stellingen over de onderlinge stand van twee cirkels (twee groepen van vijf) naar de vraagstukken te verschuiven. Het is ongetwijfeld van groot belang, dat de volgens het klassikale systeem werkende leraren ernstig kennis nemen van de manier waarop bij het geïndividualiseerde onderwijs de controle op het werk der leerlingen wordt uitgeoefend. Is de correctie er wel zo geperfectionneerd, dat de leraar op elk moment voor iedere leerling over een volledige individuele diagnose beschikt, die het geven van een doeltreffend advies mogelijk maakt? Bij het klassikale systeem zijn we van dit ideaal nog verre verwijderd.

12. Er moet in elk wiskundeboek een bruikbare vraagstukkenverzameling zijn opgenomen. Men kan niet van elk leraar in functie verwachten, dat hij voor elk der door hem te onderwijzen vakken de vraagstukkenverzameling zelf in elkaar zet. Het boek moet hem op zijn minst de keuze van goede opgaven mogelijk en gemakkelijk maken.

Het vraagstuk is voor ons onderwijs van centrale betekenis, het is een „didactisch hulpmiddel van onschatbare waarde” (Bottema).

Eerst door de vraagstukken zien we, of de leerlingen met de be-

grippen, die hen zijn bijgebracht, of die ze zelf althans begrepen menen te hebben, ook werken kunnen. Juist de hoge vlucht die het maken van vraagstukken in de klassikale school heeft genomen, is te beschouwen als een aanwijzing voor het feit, dat deze school op haar wijze met de zelfwerkzaamheid der leerlingen ernst trachtte te maken.

Ik zou aan een vraagstukken-verzameling de volgende eisen willen stellen:

- a. de verzameling moet opgaven bevatten uit de beantwoording waarvan blijkt dat de leerling de theorie begrepen heeft; eenvoudige vragen, meestal zó eenvoudig, dat menig auteur ze aan de behandelende leraar overlaat; vele auteurs nemen zulke vragen terecht wel op;
- b. de opgaven moeten de leerling in de gelegenheid stellen de nodige vaardigheid te verwerven; de verzameling moet er blijk van geven, dat zowel naar de ontwikkeling van het theoretisch inzicht als naar de bevordering der technische vaardigheid is gestreefd;
- c. al mogen vraagstukken die een beroep doen op het inventief vermogen niet ontbreken, die welke een beroep doen op het reproductief vermogen en op de kritische zin der leerlingen dienen echter op de voorgrond te staan;
- d. er moet gezorgd worden voor contact met andere vakken; praktische toepassingen mogen niet ontbreken;
- e. het opnemen op bescheiden schaal van vraagstukken met te weinig of te veel gegevens is didactisch toelaatbaar;
- f. het leerboek vermijde het opnemen van series eindexamen-opgaven met de uitwerkingen; door deze op te nemen wordt aan de leerlingen soms uitstekend oefenmateriaal ontnomen (bv bij de Beschrijvende Meetkunde).

13. Er dient in het leerboek gestreefd te worden naar een exact woordgebruik. Deze eis wordt hier gesteld terwille van het taalonderwijs. Ook de leraar in de wiskunde moet er door zijn onderwijs toe bijdragen, dat de leerlingen zich in goed Nederlands uitdrukken. En het leerboek dient wat de gebruikte taal betreft, als een goed voorbeeld te kunnen dienen. De eis wordt echter tevens gesteld terwille van ons doel, dat mede inhoudt een bevordering van het logisch denken.

De auteur van een leerboek moet er rekening mee houden, dat bv het aanvangsonderwijs in reken- en stekunde voor een groot deel taalonderwijs is. Dit impliceert een zeer voorzichtig voorwaarts gaan;

als de grondslagen in de aanvangsklasse slecht gelegd worden, is het tekort voor een leerling, als hij ook nog het ongeluk heeft nooit te blijven zitten, soms onherstelbaar.

Het leren verstaan van de taal der formules en van die der figuren eist bijzondere zorg. In de eerste klasse is het begrijpen van wat een formule betekent, het in woorden kunnen brengen van de formule, van veel meer betekenis dan het geven van een analytisch bewijs. In woorden brengen van formules betekent natuurlijk niet: de formulering van het boek van buiten leren.

Een veel voorkomende euvel in het wiskundewerk van onze leerlingen is het misbruik maken van afkortingen. Afkortingen dient men zoveel mogelijk te beperken tot die, welke van te voren afgesproken zijn. Het is een goede gewoonte van vele auteurs een lijst van toelaatbare afkortingen in hun leerboek op te nemen.

Bijzondere aandacht moet worden besteed aan de wiskundige vaktaal. De auteur moet er blijk van geven kritisch te staan tegenover soms in sleur gebruikte of misbruikte vaktermen.

Mag ik er enkele noemen, die in de klasse nog wel eens moeilijkheden doen rijzen?

- a. Halve rechte, lijnstuk en hele rechte.
- b. De diverse betekenissen van het gelijkheidsteken; het onderscheid tussen dit teken en dat voor een identiteit.
- c. De begrippen functie en vergelijking.
- d. De begrippen grafiek van een functie en vergelijking van een kromme.
- e. De begrippen extreme waarde van een functie en top van de grafiek van die functie.
- f. Het begrip grootheid.
- g. De begrippen gelijk- en gelijkvormigheid, congruentie en symmetrie.
- h. Het vermenigvuldigen van lijnstukken.
- i. Het delen door nul, het invoeren van een getal oneindig, algemener elk voorkomen van het begrip oneindig in de schoolwiskunde; enz., enz.

In Zuid-Afrika en in België zijn officiële woordenlijsten verschenen over wiskundige vaktaal. In ons land werd in 1928 een Nomenclatuurcommissie ingesteld voor de Wiskunde (Verrijp; initiatiefnemer Van Dantzig). Een rapport is bij mijn weten nimmer verschenen. Schogt heeft wel enkele heldere artikelen aan deze materie gewijd (Euclides, X blz 51, e.v. en XII, blz 187, e.v.). Het werk van deze Commissie kan maar zeer ten dele door de Normalisatie-commissies worden volbracht.

Een paar woorden over de „gesprektoon”, die in sommige didactisch georiënteerde leerboeken wordt geïntroduceerd. Indien dit met de nodige voorzichtigheid gebeurt, dan is er stellig uit het oogpunt van taalgebruik beschouwd, niet de geringste reden tot aanmerkingen. Er zijn echter naast navolgenswaardige ook afschrikwekkende voorbeelden. Zo tref ik in een pas verschenen Nieuw Algebraboek de volgende opgaven aan:

„11. Je wilt een som maken met een Vader en zijn zoon. Dan stel je eerst de leeftijden, die ze nu hebben, vast: b.v. 48 jaar en 24 jaar.

Je zegt dan al bij je zelf de Vader is $2 \times$ zo oud als de zoon. Je moet de leeftijden natuurlijk verstandig kiezen! Nu laat je ze elk 12 jaar ouder worden, dan is de Vader 60 jaar en dat is $\frac{5}{3} \times 36$ jaar. Je hebt nu weer een vraagstuk:

Een vader is nu $2 \times$ zo oud als zijn zoon. Na 12 jaar is de Vader $\frac{5}{3} \times$ zo oud als zijn zoon. Hoe oud zijn beiden nu? Los weer op.

12. Maak twee vraagstukken met een Vader en een zoon.”

Hier is gezondigd tegen eisen van taal en van logica. Zulk gekeuvel dient buiten onze leerboeken te blijven. De smaken ten aanzien van het al of niet wenselijke van de gesprektoon in schoolboeken verschillen zeer. Er zijn collega's die geen oog meer hebben voor de kwaliteiten van een schoolboek door hun ergernis over de „aanspreekvorm”. Dit is natuurlijk onjuist. Het is stellig plicht ernaar te streven een louter emotionele reactie te vermijden. Men zal toch dienen te erkennen, dat er bij het opstellen van didactisch commentaar dat buiten de eigen klasse bruikbaar zal moeten zijn, t.a.v. de taalvorm een nog niet opgelost probleem bestaat.

Ten slotte, de leraren behoren zeker tot de groep van hen die in hun beroep hun voordeel zullen kunnen doen met de leer der verstandhoudingsmiddelen die als Significa bekend staat. Misschien is hiervoor plaats bij de leraarsopleiding, evenals aan een verzorging van de stem.

14. In ons wiskunde-onderwijs dreigen de leerlingen dikwijls om de bomen het bos niet meer te zien. Daarom is het gewenst, dat ook het leerboek door overzichten, stambomen, samenvattingen, ernaar streeft, de leerlingen ook het geheel te doen zien.

15. Het leerboek moet in een geschikt lettertype gedrukt zijn. De tekst moet rustig over de bladzijde zijn verdeeld.

De prijs: ik heb van een aantal boeken de gemiddelde prijs per „nuttige bladzijde druks” uitgerekend. De prijzen variëren van 1,5 cent tot 5,5 cent.

16. Welke is de didactische betekenis van de figuren in onze wiskunde-boeken? In de theorie der wiskunde, het methodisch leerboek, zijn voltooide figuren geheel op hun plaats; in het didactisch gedeelte zou men er de voorkeur aan willen geven, de figuren te laten ontstaan. Dit is technisch onuitvoerbaar, al zijn er reeds leerboeken, die door het opnemen van series figuren, de wording van een figuur aan de leerlingen duidelijk trachten te maken. Een extreem standpunt, in het begin dezer eeuw door Gravelaar ingenomen, vind ik belangrijk genoeg om het hier volledig te citeren. Op blz VII van het voorbericht van de in 1907 verschenen derde druk van zijn Leerboek der Planimetrie lees ik:

„Om den eersten (den leerlingen) tot nauwgezette studie te verplichten en den laatsten (den onderwijzer) het toezicht erop te vergemakkelijken, heb ik in dit leerboek geen figuren opgenomen, maar ze vervangen door beschrijvingen, die tot in bijzonderheden afdalen. De onderwijzer verlange nu van den leerling bij elke stelling, die bewezen, bij elk werkstuk, dat opgelost wordt, in een uitsluitend voor dit doel bestemd schrijfboek, een op grote schaal zorgvuldig uitgevoerde tekening.

Zoодоende wordt de leerling gedwongen, zijn les met aandacht te lezen en zoo noodig te herlezen; hij is genoodzaakt elk punt en elke lijn afzonderlijk in het oog te vatten, waardoor de vraag naar hun beteekenis zich eerder aan hem zal opdringen en hij de wezenlijke bestanddeelen der figuur dus lichter zal onderkennen, dan wanneer hij haar voltooid voor zich ziet; evenals bij het mondeling onderwijs ziet hij de figuur ontstaan, naarmate het bewijs, de constructie vordert: geen overbodige hulplijn, geen overtollige letter leidt zijn gedachten af; evenals de figuur op het bord op groote schaal uitgevoerd, valt menige bijzonderheid hem thans onmiddellijk in het oog, die hem bij de figuren van kleiner afmetingen in een leerboek zou ontgaan zijn, terwijl eindelijk de zorg, die hij aan zijn werk leert besteden, zijn belangstelling er in verhoogt en daarmee zijn ijver er voor doet klimmen”.

De didactische voordelen van deze handelwijze zijn apert. Het bezwaar, dat aldus handelende aan de leerlingen veel hogere eisen worden gesteld, is echter reeds voldoende om te verklaren, hoe het komt dat Gravelaar met zijn leerboek-zonder-figuren geen school gemaakt heeft. Kleefstra volgde hem gematigd na; hij gebruikt

in zijn leerboek der Vlakke Meetkunde (Amsterdam, 1920) de figuren slechts in een bescheiden aantal. Ook hij achtte het onjuist, dat de leerlingen de figuren in de boeken kant en klaar voor zich krijgen; met een beroep op de zelfwerkzaamheid laat hij ze nu door de leerlingen zelf maken, niet in een apart cahier, maar in het leerboek zelf. Dit moest wel tot een fiasco leiden. Het leerboek voldoet niet meer aan de eisen, de we uit een oogpunt van netheid en correctheid mogen stellen, als er ten slotte ook een aantal geheel of ten dele mislukte leerlingfiguren hun plaats in vinden.

Thans zouden we niet gaarne de figuren, die technisch aan zoveel hogere eisen kunnen voldoen dan een halve eeuw geleden, meer missen. Door hun grote aanschouwelijkheid bevorderen ze het inzicht; dit kan leiden tot een woordeloos inzicht. Het leren lezen van goede figuren kan een essentieel deel van het wiskundeonderwijs zijn.

Als we bij onze pogingen de leerlingen het leren te leren, de waardevolle kern van het gegeven citaat uit Gravelaar ons maar bewust blijven. Hoe dikwijls proberen de leerlingen niet dank zij goede figuren in het boek, hun les al lezende te leren, en hoe dikwijls mislukt hen dat! In dit verband wijzen we op de voorwaarde, dat een leerling nooit wiskunde dient te studeren zonder potlood en papier bij de hand te hebben.

Bij het repeteren van de leerstof kunnen de figuren uitstekende diensten bewijzen. Mede met behulp van goede overzichtskaarten, die het de leerlingen makkelijker maken het essentiële van de inhoud van een boek als een film aan hun oog te laten voorbij trekken. Men kan bij de figuren kleuren te baat nemen om een eenvoudige, maar sterk gemarkeerde weergave te krijgen van wat gegeven, dan wel te bewijzen of gevraagd is. Jammer, dat dit kleurenprocédé kostbaar is en dus de prijs van het boek omhoog jaagt.

De minimumeis die we aan de figuren van een boek moeten stellen, is dat de figuren juist zijn. Ik heb de indruk, dat de figuren van de nu gangbare boeken ons meer redenen tot tevredenheid geven dan met vele boeken uit het verleden het geval was.

17. Ik zal niet trachten, na de opsomming van de eisen die aan het leerboek gesteld moeten worden, een analoge voor de leraar te geven. De belangrijkste dingen, die ik te zeggen zou hebben, zijn trouwens reeds expliciet of impliciet aan de orde geweest.

De leraar moet uit de op de markt zijnde schoolboeken een verantwoorde keus weten te doen, of hij moet er zelf een schrijven; hij moet leren het gekozen leerboek op verantwoorde wijze te gebruiken.

De leraar zal gemakkelijker en beter dan thans aan deze beide eisen kunnen voldoen, als hij door een theoretische en practische paedagogische scholing voor zijn ambt is voorbereid.

We weten, dat de jonge leraar er nog al eens toe komt, in den beginne het leerboek op de voet te volgen en de vraagstukken eruit alle te maken. Tot hij zo hopeloos achter raakt, dat hij plotseling moet gaan rennen. Deze gebruiksmethode is uiteraard verkeerd. Een leraar dient vrij te staan tegenover zijn leerboek, mag er nimmer de slaaf van worden. Anders wordt aan zijn onderwijs het onmisbare persoonlijke karakter ontnomen.

Niet alleen de nog onervaren leraar, ook de ervaren docent kan een leerboek verkeerd gebruiken. Ervaring alleen garandeert nog niet een verantwoorde paedagogische houding. Ik herinner me uit de twintiger jaren de uitspraak van een geroutineerd leraar, dat het in de wiskunde aankomt op het maken van vraagstukken en nog eens vraagstukken. De verzameling van 1600 vraagstukken voor planimetrie van Van der Griendt was aanbevelingswaardig, maar ... dit aantal vraagstukken bleek hem menigmaal nog te klein! Hier is een duidelijk „des Guten zuviel”. Wat middel moet zijn, het vraagstukkenmaken, wordt zo tot doel; de theorie komt in de verdrukking, overlading is onvermijdelijk.

Gelukkig geven onze leerboeken meestal een zeer ruime verzameling van vraagstukken. De leraar moet echter weten uit te maken met welke fractie ervan hij kan volstaan om zijn doel te bereiken. Het aantal mag groot zijn om leraren met uiteenlopende verlangens te bevredigen en om het de leraar mogelijk te maken ook eens een andere keus te doen dan tot in vorige jaren.

18. Ik heb nog niet gesproken over enkele problemen, die de laatste kwarteeuw sterk in de belangstelling hebben gestaan en die ik meen gevoeglijk hier te kunnen inlassen, omdat ze naar mijn smaak meer een taak aanwijzen voor de leraar dan voor het boek.

Ik bedoel de vraag, of er een propaedeutische inleiding aan het systematische meetkunde-onderwijs moet voorafgaan, en de vraag, of er aandacht moet worden geschonken aan de geschiedenis der wiskunde.

19. De propaedeutische cursus voor het meetkunde-onderwijs is in ons land ingevoerd door Reindersma en in het bijzonder gepropageerd door Mevr. Ehrenfest. Reindersma gaf reeds in 1912 een inleidende cursus in een apart deeltje in een omvang van 77 bladzijden, waarvan de behandeling een groot deel van het eerste

schooljaar zou opslokken. Latere auteurs beperkten de omvang van hun inleiding. Interessant is het voor ons kennis te nemen van de nieuwe druk van Reindersma's leerboek, waarin de afzonderlijke inleiding niet meer voorkomt. De afzonderlijke inleiding zal ook niet meer worden herdrukt.

Is dit een fiasco van de aanvankelijk gepropageerde gedachte? Naar mijn mening niet, of in ieder geval maar zeer ten dele. Ieder onzer is in de eerste weken van de eerste klasse genoodzaakt op de een of andere manier voor een propaedeuse te zorgen. De manier waarop dit gebeurt, draagt een zeer persoonlijk karakter. Door werkschriften en inleidingen wordt er de laatste tijd naar gestreefd, speciaal de jonge leraar die zijn eigen stijl nog niet gevonden heeft, enigszins te helpen.

Ik geloof, dat zeer veel docenten de behoefte hebben de systematische behandeling van een stuk leerstof door een minder systematische te laten voorafgaan, waardoor de leerlingen bekend raken met de begrippen, die in de eigenlijke cursus aan de orde zullen komen. Men verkiest echter geen „inleidende cursus” meer, maar smeert zijn propaedeuse over de gehele schooltijd uit. Hierdoor krijgt de leraar een grotere mate van vrijheid dan wanneer de niet-systematische cursus door een auteur in een boek systematisch wordt uitgewerkt, met het gevaar dat de docent het boek op de voet gaat volgen bovendien. Als de leraar niet aan een boek gebonden is bij al deze inleidingen, hebben de spontaneïteit en de intuïtie meer kans tot hun recht te komen, dan als de te volgen weg hier, waar het niet nodig is, toch volledig is uitgestippeld.

In het buitenland is aan de propaedeuse soms organisatorisch een plaats in het onderwijs verzekerd.

In Engeland wordt in de lagere klassen een onderwijs gegeven, waarbij de logische strengheid vrijwillig wordt prijsgegeven. Deze komt later in de hogere klassen wel tot zijn recht, althans voor de wiskundige richting. De scientist daarentegen leert ook daar „mathematics as a tool”.

In België wordt in de eerste klasse der Middelbare School een cursus „intuïtieve meetkunde” gegeven; rechthoek, kubus, cylinder, meetkundige constructies, berekeningen over hoeken worden er aan de orde gesteld. Dit onderwijs is praktisch en aanschouwelijk, moet dienen om de opmerkingsgave te ontwikkelen en bedoelt een inleiding te geven tot de „beredeneerde meetkunde”, aldus is van hoger hand voorgeschreven (omzendbrief van 24-8-1948).

Mijn mening is, dat we het in Nederland zonder een dergelijke imperatieve propaedeuse best kunnen stellen.

20. De geschiedenis der wiskunde mag m.i. in onze schoolboeken wel veronachtzaamd worden. Wel hoort ze thuis in de leraarsop-leiding. Zodra ze hier goed verzorgd wordt, zal de leraar in staat zijn, in zijn onderwijs de historische beschouwingwijze, waar nodig, te introduceren, wat bv. voor het onderwijs in de mechanica van be-tekenis kan zijn. Thans ontbreekt het hem veelal aan alle betrouw-bare kennis. In de laatste kwarteeuw hebben enkele auteurs in hun leerboeken een historisch overzicht ingelast. Ik ontkom echter niet aan de indruk, dat deze overzichten meer bedoeld waren om de leraar een zij het ook summiere kennis op historisch terrein bij te brengen, dan om ze de leerlingen ter bestudering voor te leggen. Het valt nu op, dat Vreeken in zijn bewerking van Reindersma's boek het historisch overzicht geheel heeft weggelaten, mede om de vele onvolledigheden en onnauwkeurigheden, die in de voorafgaande drukken voorkwamen.

Is er dan geen gelegenheid onze leerlingen meer belangstelling voor de geschiedenis der wiskunde bij te brengen, dan door enkele voetnoten mogelijk is? Momenteel niet. Maar, als ik bij „boek en leraar” ook mag denken aan het leesboek, op de duur misschien wel. Er is in de leerlingenbibliotheek (hoe arm is die voor wiskunde!) stellig plaats voor enige uitgaven (brochures, boekjes), die handelen over:

- a. de geschiedenis van ons talstelsel;
- b. Babylonische, Egyptische en Griekse wiskunde;
- c. de kwadratuur van de cirkel;
- d. rekenmachines;
- e. Leibniz en Newton;
- f. de Gulden Snede; enz.

We hopen, dat er eenmaal voor zo'n historische schoolserie in ons land auteurs en een uitgever gevonden zullen kunnen worden.

21. De leraar moet, vóór hij onderwijs gaat geven, weten, wat de diverse boeken die er ten gebruike op onze scholen in Nederland op de markt gebracht worden, voor zijn onderwijs waard kunnen zijn. Een critisch onderzoek van een aantal dezer boeken gedurende de voorbereiding tot zijn ambt is daarom wel zeer gewenst. Dit ver-mindert het niet denkbeeldige gevaar, dat een leraar de eerste keer dat hij het recht krijgt invloed op de boekenlijst uit te oefenen, teruggrijpt naar het boek dat hij in vroeger jaren zelf op Gymnasium of HBS gebruikte, omdat dat het enige is waaryan hij een meer dan oppervlakkige kennis heeft.

Aanvankelijk was het mijn bedoeling ter voorbereiding van deze

lezing een kleine enquête te houden onder collega's over de volgende vragen:

- a. Hebt U sinds de oorlog voor een of meer der door U onderwezen wiskunde-vakken wel eens een nieuw boek ingevoerd? Zo ja, in welk jaar en voor welke vakken?
- b. Op welke gronden achtte U het voorheen gebruikte leerboek ongeschikt of minder geschikt voor Uw onderwijs? In welk jaar was het afgevoerde boek op de boekenlijst geplaatst?
- c. Om welke kwaliteiten van het nieuw gekozen boek hebt U dit op de boekenlijst geplaatst?
- d. Hoeveel jaren hebt U het nieuwe boek reeds gebruikt? Welke van Uw verwachtingen zijn uitgekomen, welke niet?

Ik meende het plan tot deze enquête te moeten opgeven:

- a. in verband met de korte tijd van voorbereiding en de weinige tijd, die me voor het uitwerken van antwoorden zou resten;
- b. in verband met enige moeilijkheden bij deze enquête, die m.i. afzonderlijke overweging verdienen.

Ik ben er nl. niet van overtuigd, dat ook voor leraren met ervaring het zo gemakkelijk zal zijn een betrouwbaar getuigenis te geven van beweegredenen die voor hen eertijds gegolden hebben. Voorts is het heel goed mogelijk, dat ons slechts een deel der motieven bewust is, en dat pogingen tot retrospectie falen, vooral als de verlopen tijd te groot is. Voorts is het een punt van overweging, of men ook de namen van afgekeurde en goedgekeurde boeken wil laten noemen, of dat men enkel wil nagaan welke eigenschappen van het leerboek bij de keus een rol hebben gespeeld.

Dat ik het door mezelf verworpen plan hier toch noem, is om de merites ervan en de mogelijkheid tot groepswork in de aangewezen richting straks in onze discussie te overwegen.

22. Misschien is er nog plaats voor een enkele opmerking over het doel van ons wiskunde-onderwijs.

De Commissie Beth-Dijksterhuis zegt dienaangaande:

„zij (d.i. de Commissie) wenscht vóór alles de vormende waarde, die van de beoefening der wiskunde kan uitgaan, in het oog te houden en eerst in de tweede plaats te letten op het practische nut, dat de kennis van sommige gebieden der wiskunde voor een deel harer leerlingen later kan hebben; zij acht daarom het aanbrengen van fundamenteele theoretische inzichten belangrijker dan het ontwikkelen van technische vaardigheid". M.i. is de vraag of het onderwijs vormende waarde heeft allereerst een vraag naar de didactische kwaliteiten van het onderwijs, dus een vraag naar de kwaliteiten van

de leraar, niet een vraag van de leerstof. De vraag, of het onderwijs praktisch nut heeft, hangt wel in sterke mate van de gekozen leerstof af. Hieruit vloeien dus weer eisen voort, die we aan het leerboek moeten stellen.

Ik zou in de doelstelling aan de nuttige kennis graag iets meer relief geven door de volgende formulering:

„onder het aanbrengen van nuttige kennis wordt er naar gestreefd het wiskunde onderwijs zo te geven, dat het tot de geestelijke vorming van de leerlingen bijdraagt”.

23. Voor een bevredigende oplossing in alle zaken, die de didactiek en de methodiek in onze scholen betreffen, is het noodzakelijk, dat wij leraren leren ons wiskunde-onderwijs meer te gaan zien in het licht van de behoeften en de mogelijkheden van het kind en niet alleen vanuit het standpunt der mathesis. Een soortgelijke eis geldt ook voor andere vakken.

We moeten ons in de school niet in de eerste plaats wiskundigen, chemici, physici, enz. voelen, niet in de eerste plaats mannen van de vakwetenschap in engeren zin, maar we moeten ons zelf zien als personen, voor wie die vakwetenschap één der noodzakelijke voorwaarden betekende voor een richtige uitoefening van het leraarsambt, welk ambt in de eerste plaats een sociale dienst betekent. We dienen dit ambt te aanvaarden in het volle besef van deze sociale verantwoordelijkheid. De groei van dit besef kan voor velen onzer een belangrijke verschuiving in waardebepaling betekenen.

We weten, dat het zich wenden tot problemen van paedagogische en psychologische aard, tot problemen van methodiek en didactiek, nog dikwijls beschouwd wordt als een vlucht voor de moeilijkheden der mathesis zelf, en dat eigenlijk in veler oog alleen deze zuivere mathesis het recht heeft op onze liefde en toewijding. Ik geloof, dat anderen met evenveel recht zouden mogen zeggen, dat het besteden van alle tijd die men vrij kan maken, aan de beoefening der zuivere mathesis, met veronachtzaming van problemen, die met het schoolleven zelf te maken hebben, een vlucht is van de leraar voor de sociale verantwoordelijkheden, die hij met zijn ambt heeft aanvaard, en waarvoor hij wordt betaald. Deze betaling geldt zeer uitdrukkelijk de sociale diensten, niet eventuele wetenschappelijke prestaties die met dat schoolleven slechts in indirect verband staan.

In mijn „studentenjaren” heb ik me vaak verwonderd en voelde ik me vaak verontrust door uitlatingen van jongere medestudenten, die bij het uitspreken van toekomstplannen, eerst als laatste mogelijkheid aan een leraarscarrière wilden denken.

De verantwoordelijkheid voor deze fatale situatie berust bij de autoriteiten, die door wat ze doen en vooral door wat ze nalaten, deze voor ons onderwijs schadelijke waardering bevorderen.

„Het is voor een academicus zeer moeilijk” aldus Langeveld, zich in zijn diepste binnenste niet te goed voor het leraarsambt te voelen. Dit is een sterk onderdrukt, zelden eerlijk toegelaten en beleiden, maar naar mijn ervaring toch zeer verbreid gevoel. Wie zich te goed voelt voor een beroep, zal het nooit met innerlijke bevrediging uitoefenen, zal nooit emotioneel zijn verschillende levensfuncties harmonisch integreren, zal nooit de volle last ervan willen dragen en zich altijd tegen zijn diepste zin in-gedreven voelen. Hij wil *eigenlijk* de levensstijl en de interessewereld van de geleerde continueren, hij kan ook dat vaak na enige tijd trouwens niet volhouden. Een ander verbergt zijn diepste onvrede door buitenschoolse activiteiten, door verenigingsleven, door het organiseren van ditten en datten. Weer een ander wil de vrijheid van het grote mensenleven, wil niet belast zijn met de bezigheid met het kind; hij wil er niet mee te maken hebben voor zoveel hij er maar enigszins buiten kan blijven. Maar de rol (van leraar) aanvaarden zij allen slechts met reserves. Degenen die zich met hun volle persoon met deze rol identificeren zijn een klein getal; hoogstens met rust gelaten door degenen die zich bij de rol niet, met half hart of met reserves neerlegden; gaarne door hen gehoond, ja geminacht. Binnen de rol is evenveel variatie mogelijk als er personen zijn die hem op zich nemen maar hoe hij ook vervuld wordt: hij eist dat men hem vervult met betrekking tot het kind als leerling en niet . . . als een onwezen, dat leert of niet leert en dan maar gaan moet”.¹⁾

Tot zover Prof. Langeveld.

Heb ik met deze beschouwingen de grenzen der mij verstrekte opdracht overschreden?

Ik geloof van niet.

We zullen als leraren meer „education minded” moeten worden dan we tot dusver waren, om zelfs maar de hoop te mogen koesteren de problemen over het boek en de leraar eenmaal nader tot een oplossing te zien gebracht.

¹⁾ Zie: Maandblad voor de Geestelijke Volksgezondheid; Schoolnummer, 5e jaargang, no 4; blz. 110—111.

CONTRIBUTIEBETALING EN ADRESWIJZIGING. LEESPORTEFEUILLE.

Met klem worden de leden er op gewezen, dat contributiebetaling per giro de Vereniging de vrij hoge inningskosten bespaart. De kascommissie heeft hierover dit jaar een opmerking gemaakt. Ook het feit, dat adreswijzigingen niet tijdig worden opgegeven of geheel achterwege blijven, geeft herhaaldelijk moeilijkheden.

Tenslotte worden de leden opgewekt lid te worden van de Leesportefeuille. De kosten hiervoor bedragen als regel f 1.50 per tijdschrift per jaar.

Leider van de Leesportefeuille wordt de Heer G. Boost, Roosendaal.

Zowel de contributie als de portefeuillekosten kunnen op giro no. 143 917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren, Amsterdam, worden voldaan.

De Secretaris van Wimecos

Ir J. J. Tekelenburg

RECTIFICATIE

bij 27 jg. Nr. 1/2 blz. 89.

Omdat § 1 aanleiding kan geven tot misverstand, wil ik 't volgende opmerken.

't Enige bezwaar van mijn kant tegen 't daar besproken deel van 't artikel van de heer Lips bestaat hierin, dat hij niet *vermeldt*, dat hij *ook* de coëfficiënten rationaal onderstelt. 't Woord „meetbaar” in de 11^e regel is een verschrijving van mijn kant voor „rationaal” in de argumenten.

L. CRIJNS.

ERRATUM.

Op blz. 11 van de vorige aflevering moet de volgende verbetering aangebracht worden.

De eerste twee rijen moeten zijn:

4e A
latin
grec

4e B
latin

une langue vivante
enz.

deux langues vivantes

Verschenen:

Dr J. P. VAN ROOIJEN
OEFENINGEN

in samengestelde intrestrekening
en levensverzekeringswiskunde

1. Financiële Rekenkunde ... 100 vraagstukken
2. Levensverzekeringswiskunde
Actuarieel Examen A van 1910-1950 ... 200 vraagstukken
3. Levensverzekeringswiskunde ... 300 vrije vraagstukken
4. Tafels f 4,90

P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN-DJAKARTA
Ook verkrijgbaar door de boekhandel

Gevraagd: De Vries Wijdenes, Beschrijvende Meetkunde I II;
aanbiedingen aan P. Wijdenes, Jac. Obrechtstraat 88, Amsterdam.

Verschenen:

WIJDENES
en
VAN DER PLOEG

Algebra
voor het
Nijverheidsonderwijs

Herzien door
A. C. BRUINSHOOFD
Leraar bij het technisch onderwijs
zesde druk
f 2,25

P. Noordhoff, Groningen-Djakarta
Ook verkrijgbaar door de boekhandel

Verschenen:

D. H. STREEFKERK

Nieuw
Meetkundeboek
voor
M.O. en V.H.O.

deel III f 2,75
deel I f 3,75
deel II f 3,25

★

P. Noordhoff, Groningen-Djakarta
Ook verkrijgbaar door de boekhandel